

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

ΤΡΑΠΕΖΑΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

497, 499, 1003, 1102, 1287, 1506, 1520, 3383, 3384

2_497

Ένα τηλεοπτικό παιχνίδι παίζεται με ζεύγη αντιπάλων των δυο φύλων. Στο παιχνίδι συμμετέχουν 3 άντρες: ο Δημήτρης (Δ), ο Κώστας (Κ), ο Μιχάλης (Μ) και 2 γυναίκες: η Ειρήνη (Ε) και η Ζωή (Ζ). Επιλέγονται στην τύχη ένας άντρας και μια γυναίκα για να διαγωνιστούν και καταγράφονται τα ονόματά τους.

α) Να βρεθεί ο δειγματικός χώρος του πειράματος. (Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων

A : Να διαγωνίστηκαν ο Κώστας ή ο Μιχάλης .

B : Να διαγωνίστηκε η Ζωή.

Γ: Να μη διαγωνίστηκε ούτε ο Κώστας ούτε ο Δημήτρης.

(Μονάδες 15)

Λύση:

$$\alpha) \Omega = \{(\Delta, E), (\Delta, Z), (K, E), (K, Z), (M, E), (M, Z)\}$$

$$\beta) P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(\Gamma) = \frac{N(\Gamma)}{N(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Από τους μαθητές ενός Λυκείου, το 25% συμμετέχει στη θεατρική ομάδα, το 30% συμμετέχει στην ομάδα ποδοσφαίρου και το 15% των μαθητών συμμετέχει και στις δύο ομάδες. Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή. Αν ονομάσουμε τα ενδεχόμενα:

A: «ο μαθητής να συμμετέχει στη θεατρική ομάδα» και

B: «ο μαθητής να συμμετέχει στην ομάδα ποδοσφαίρου»,

α) να εκφράσετε λεκτικά τα ενδεχόμενα:

i) $A \cup B$

ii) $A \cap B$

iii) $B - A$

iv) A'

(Μονάδες 12)

β) να υπολογίσετε τις πιθανότητες πραγματοποίησης των ενδεχομένων

i) ο μαθητής που επιλέχθηκε να συμμετέχει μόνο στην ομάδα ποδοσφαίρου

ii) ο μαθητής που επιλέχθηκε να μη συμμετέχει σε καμία ομάδα.

(Μονάδες 13)

Λύση:

α) Ο μαθητής να συμμετέχει στην θεατρική ομάδα ή στην ομάδα ποδοσφαίρου.

ii) Ο μαθητής να συμμετέχει στην θεατρική ομάδα και στην ομάδα ποδοσφαίρου.

iii) Ο μαθητής να συμμετέχει στην ομάδα ποδοσφαίρου αλλά όχι στην θεατρική ομάδα

iv) Ο μαθητής να μην συμμετέχει στην θεατρική ομάδα

$$\beta) P(A) = 0,25 \quad P(B) = 0,30 \quad P(A \cap B) = 0,15$$

Η πιθανότητα να συμμετέχει μόνο στην ομάδα ποδοσφαίρου είναι

$$i) P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = 0,30 - 0,15 = 0,15$$

$$ii) P\left[(A \cup B)'\right] = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) =$$

$$1 - 0,25 - 0,30 + 0,15 = 0,60 = 60\%$$

Ένα κουτί περιέχει άσπρες, μαύρες, κόκκινες και πράσινες μπάλες. Οι άσπρες είναι 5, οι μαύρες είναι 9, ενώ οι κόκκινες και οι πράσινες μαζί είναι 16. Επιλέγουμε μια μπάλα στην τύχη. Δίνονται τα παρακάτω ενδεχόμενα:

A: η μπάλα που επιλέγουμε είναι ΑΣΠΡΗ

K: η μπάλα που επιλέγουμε είναι ΚΟΚΚΙΝΗ

Π: η μπάλα που επιλέγουμε είναι ΠΡΑΣΙΝΗ

α) Χρησιμοποιώντας τα *A*, *K* και *Π* να γράψετε στη γλώσσα των συνόλων τα ενδεχόμενα:

i) Η μπάλα που επιλέγουμε δεν είναι άσπρη,

ii) Η μπάλα που επιλέγουμε είναι κόκκινη ή πράσινη.

(Μονάδες 13)

β) Να βρείτε την πιθανότητα πραγματοποίησης καθενός από τα δύο ενδεχόμενα του ερωτήματος (α).

(Μονάδες 12)

Λύση:

α) i) A'

ii) $K \cup \Pi$

β) Όλες οι μπάλες είναι $9+5+16=30$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

$$\mathbf{i)} P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\mathbf{ii)} P(K \cup \Pi) = 1 - P\left[(K \cup \Pi)'\right] = 1 - P(A \cup M) = 1 - \frac{N(A \cup M)}{N(\Omega)} = 1 - \frac{14}{30} = \frac{16}{30}$$

Δίνονται δύο ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω και οι πιθανότητες:

$$P(A) = \frac{3}{4}, P(A - B) = \frac{5}{8} \text{ και } P(B) = \frac{1}{4}.$$

α) Να υπολογίσετε την $P(A \cap B)$

(Μονάδες 9)

β) i) Να παραστήσετε με διάγραμμα Venn και να γράψετε στη γλώσσα των συνόλων το ενδεχόμενο: « A ή B ».

(Μονάδες 7)

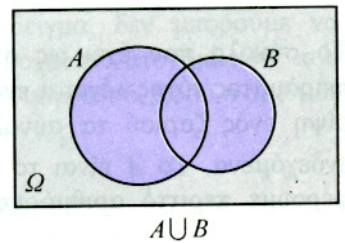
ii) Να υπολογίσετε την πιθανότητα πραγματοποίησης του παραπάνω ενδεχομένου.

(Μονάδες 9)

ΛΥΣΗ:

$$\alpha) P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) - P(A - B) = \frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{6}{8} - \frac{5}{8} = \frac{1}{8}$$

βi Το ενδεχόμενο A ή B στην γλώσσα των συνόλων γράφεται $A \cup B$ και παριστάνεται με διάγραμμα Venn όπως στο διπλανό σχήμα:



βii Από τον προσθετικό νόμο των πιθανοτήτων (σχολικό σ. 151) έχουμε:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{4}{4} - \frac{1}{8} = \frac{8}{8} - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

Δίνεται ο πίνακας:

	1	2	3
1	11	12	13
2	21	22	23
3	31	32	33

Επιλέγουμε τυχαία έναν από τους εννέα διψήφιους αριθμούς του παραπάνω πίνακα.

Να βρείτε την πιθανότητα πραγματοποίησης των παρακάτω ενδεχομένων:

A: ο διψήφιος να είναι άρτιος (Μονάδες 7)

B: ο διψήφιος να είναι άρτιος και πολλαπλάσιο του 3 (Μονάδες 9)

Γ: ο διψήφιος να είναι άρτιος ή πολλαπλάσιο του 3 (Μονάδες 9)

ΛΥΣΗ:

Ο δειγματικός χώρος είναι $\Omega = \{11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32, 33\}$

Το ενδεχόμενο *A* είναι $A = \{12, 22, 32\}$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = \frac{1}{9}$$

Εστω Δ το ενδεχόμενο ο διψήφιος να είναι πολλαπλάσιο του 3. Τότε:

$$P(\Delta) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$P(\Gamma) = P(A \cup \Delta) = P(A) + P(\Delta) - P(A \cap \Delta) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{9} = \frac{2}{3} - \frac{1}{9} = \frac{6}{9} - \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$$

η και με απευθείας καταμέτρηση από τον πίνακα.

Δίνεται το σύνολο $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ και τα υποσύνολά του $A = \{1, 2, 4, 5\}$ και $B = \{2, 4, 6\}$.

α) Να παραστήσετε στο ίδιο διάγραμμα Venn, με βασικό σύνολο το Ω , τα σύνολα A και B .

Κατόπιν, να προσδιορίσετε τα σύνολα $A \cup B$, $A \cap B$, A' και B' . (Μονάδες 13)

β) Επιλέγουμε τυχαία ένα στοιχείο του Ω . Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

(i) Να μην πραγματοποιηθεί το ενδεχόμενο A . (Μονάδες 4)

(ii) Να πραγματοποιηθούν συγχρόνως τα ενδεχόμενα A και B . (Μονάδες 4)

(iii) Να πραγματοποιηθεί ένα τουλάχιστον από τα ενδεχόμενα A , B . (Μονάδες 4)

ΛΥΣΗ:

$$\beta) A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 6\}$$

$$A \cap B = \{2, 4\}$$

$$A' = \{3, 6\}$$

$$B' = \{1, 3, 5\}$$

$$i) P(A') = \frac{N(A')}{N(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$ii) P(A \cap B) = \frac{N(A \cap B)}{N(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$iii) P(A \cup B) = \frac{N(A \cup B)}{N(\Omega)} = \frac{5}{6}$$

Από τους σπουδαστές ενός Ωδείου, το 50% μαθαίνει πιάνο, το 40% μαθαίνει κιθάρα, ενώ το 10% των σπουδαστών μαθαίνει και τα δύο αυτά όργανα. Επιλέγουμε τυχαία ένα σπουδαστή του Ωδείου. Ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

A: ο σπουδαστής αυτός μαθαίνει πιάνο

B: ο σπουδαστής αυτός μαθαίνει κιθάρα

Να βρείτε την πιθανότητα πραγματοποίησης του ενδεχομένου:

α) Ο σπουδαστής αυτός να μαθαίνει ένα τουλάχιστον από τα δύο παραπάνω όργανα.

(Μονάδες 12)

β) Ο σπουδαστής αυτός να μην μαθαίνει κανένα από τα δύο παραπάνω όργανα.

(Μονάδες 13)

ΛΥΣΗ:

$$\alpha) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,5 + 0,4 - 0,1 = 0,8$$

$$\beta) P\left[(A \cup B)'\right] = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0,8 = 0,2$$

Το 70% των κατοίκων μιας πόλης έχει αυτοκίνητο, το 40% έχει μηχανάκι και το 20% έχει και αυτοκίνητο και μηχανάκι. Επιλέγουμε τυχαία έναν κάτοικο αυτής της πόλης. Ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

A: ο κάτοικος να έχει αυτοκίνητο

M: ο κάτοικος να έχει μηχανάκι.

α) να εκφράσετε λεκτικά τα ενδεχόμενα:

i) $A \cup M$

ii) $M - A$

iii) M'

(Μονάδες 9)

β) Να βρείτε την πιθανότητα ο κάτοικος που επιλέχθηκε :

i) Να μην έχει μηχανάκι.

(Μονάδες 7)

ii) Να μην έχει ούτε μηχανάκι ούτε αυτοκίνητο.

(Μονάδες 9)

ΛΥΣΗ:

α) Ο κάτοικος έχει αυτοκίνητο ή μηχανάκι

β) Ο κάτοικος έχει μηχανάκι αλλά όχι αμάξι

iii) Ο κάτοικος δεν έχει μηχανάκι

$$\beta) P(A) = 70\% = 0,7$$

$$P(B) = 40\% = 0,4$$

$$P(A \cap B) = 10\% = 0,1$$

Από τους 180 μαθητές ενός λυκείου, 20 μαθητές συμμετέχουν στη θεατρική ομάδα, 30 μαθητές συμμετέχουν στην ομάδα στίβου, ενώ 10 μαθητές συμμετέχουν και στις δύο ομάδες. Επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή του λυκείου. Ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

A: ο μαθητής συμμετέχει στη θεατρική ομάδα

B: ο μαθητής συμμετέχει στην ομάδα στίβου

α) να εκφράσετε λεκτικά τα ενδεχόμενα:

i) $A \cup B$ ii) $B - A$ iii) A' (Μονάδες 9)

β) Να βρείτε την πιθανότητα ο μαθητής που επιλέχθηκε:

i) Να μη συμμετέχει σε καμία ομάδα. (Μονάδες 9)

ii) Να συμμετέχει μόνο στην ομάδα στίβου. (Μονάδες 7)

ΛΥΣΗ:

α) i) Ο μαθητής συμμετέχει σε μια τουλάχιστον από τις ομάδες θεατρική και στίβου

ii) Ο μαθητής συμμετέχει στην ομάδα στίβου αλλά όχι στην θεατρική ομάδα

iii) Ο μαθητής δεν συμμετέχει στην θεατρική ομάδα.

$$\beta) P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{20}{180} = \frac{1}{9}$$

$$P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{30}{180} = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cap B) = \frac{N(A \cap B)}{N(\Omega)} = \frac{10}{180} = \frac{1}{18}$$

$$\begin{aligned} \text{i) } P\left[(A \cup B)'\right] &= 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{9} - \frac{1}{6} - \frac{1}{18} = \frac{18}{18} - \frac{2}{18} - \frac{3}{18} - \frac{1}{18} \\ &= \frac{12}{18} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\text{ii) } P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{6} - \frac{1}{18} = \frac{3}{18} - \frac{1}{18} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$$