

4\_1880

Δίνεται η συνάρτηση  $f$ , με  $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{9-x^2}}$ .

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ . (Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  με τους άξονες. (Μονάδες 7)

γ) Αν  $A$  και  $B$  είναι τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  με τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$  αντίστοιχα, να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που ορίζεται από τα  $A$  και  $B$ . (Μονάδες 8)

Λύση:

α) Πρέπει  $9 - x^2 > 0 \Leftrightarrow 9 > x^2 \Leftrightarrow x^2 < 9 \Leftrightarrow \sqrt{x^2} < \sqrt{9} \Leftrightarrow |x| < 3 \Leftrightarrow -3 < x < 3$

Αρα το πεδίο ορισμού είναι το  $A = (-3, 3)$ .

β) Θέτουμε  $f(x) = y$  και έχουμε  $y = \frac{x+2}{\sqrt{9-x^2}}$

• Για  $y=0$ :  $0 = \frac{x+2}{\sqrt{9-x^2}} \Leftrightarrow x+2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$

Αρα τέμνει τον άξονα  $x'x$  στο σημείο  $A(-2, 0)$

• Για  $x=0$ :  $y = \frac{2}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$

Αρα τέμνει τον άξονα  $y'y$  στο σημείο  $B\left(0, \frac{2}{3}\right)$

γ) Αφού η ευθεία τέμνει τον άξονα  $y'y$  στο σημείο  $B\left(0, \frac{2}{3}\right)$ , η

εξίσωση της θα έχει την μορφή  $y = \lambda x + \frac{2}{3}$ .

Επειδή διέρχεται από το  $A(-2, 0)$  οι συντεταγμένες του  $A$  θα

επαληθεύουν την εξίσωση της ευθείας οπότε:

$$0 = \lambda(-2) + \frac{2}{3} \Leftrightarrow 0 = -6\lambda + 2 \Leftrightarrow 6\lambda = 2 \Leftrightarrow \frac{6\lambda}{6} = \frac{2}{6} \Leftrightarrow \lambda = \frac{1}{3}$$

Αρα η ζητούμενη εξίσωση είναι η  $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ .

