

ΘΕΜΑ 2 488

Δίνεται η συνάρτηση f , με $f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 3}{x^2 - 1}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της A . (Μονάδες 5)

β) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο $2x^2 - 5x + 3$. (Μονάδες 10)

γ) Να αποδείξετε ότι για κάθε $x \in A$ ισχύει: $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$ (Μονάδες 10)

ΛΥΣΗ:

$$\alpha) f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 3}{x^2 - 1}$$

$$\text{Πρέπει } x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x \neq \pm 1$$

$$\beta) 2x^2 - 5x + 3$$

$$\alpha=2, \quad \beta=-5 \quad \gamma=3$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25 - 24 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 1}{4} = \begin{cases} x_1 = \frac{5+1}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \\ x_2 = \frac{5-1}{4} = \frac{4}{4} = 1 \end{cases}$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)(x-1) = (2x-3)(x-1)$$

γ) Για κάθε $x \in A$ έχουμε:

$$f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 3}{x^2 - 1} = \frac{(2x-3)(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{2x-3}{x+1}$$

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + 2x - 15$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να υπολογίσετε το άθροισμα $f(-1) + f(0) + f(1)$.

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής της παράστασης της f με τους άξονες.

(Μονάδες 15)

Λύση:

α) Αντικαθιστώντας στον τύπο της συνάρτησης $f(x) = x^2 + 2x - 15$ έχουμε διαδοχικά:

- $f(-1) = (-1)^2 + 2(-1) - 15 = 1 - 2 - 15 = -16$
- $f(0) = 0^2 + 2 \cdot 0 - 15 = -15 = -15$
- $f(1) = 1^2 + 2 \cdot 1 - 15 = 1 + 2 - 15 = 3 - 15 = -12$

Άρα $f(-1) + f(0) + f(1) = -16 - 15 - 12 = -43$

β) Θέτουμε $y = x^2 + 2x - 15$

- Για $y=0$: $0 = x^2 + 2x - 15 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 15 = 0$

$$\alpha = 1, \quad \beta = 2 \quad \gamma = -15$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 4 + 60 = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm 8}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{-2+8}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{-2-8}{2} = \frac{-10}{2} = -5 \end{cases}$$

Άρα τέμνει τον άξονα $x'x$ στα σημεία $A_1(3,0)$ και $A_2(-5,0)$.

- Για $x=0$: $y = 15$

Άρα τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $B(0, 15)$.

