

Τα παρακάτω προέρχονται (με δικές μου αλλαγές μορφοποίησης προσθήκες και σχολιασμό) από το έγγραφο (σελ.15 και μετά) με Αριθμό Πρωτοκόλλου **150652/Δ2**, που εκδόθηκε την **15-09-2016** από την:

ΓΕΝΙΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΣΠΟΥΔΩΝ Π/ΘΜΙΑΣ ΚΑΙ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ  
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΣΠΟΥΔΩΝ, ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΟΡΓΑΝΩΣΗΣ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ  
ΤΜΗΜΑ Α΄

Ταχ. Δ/ση : Ανδρέα Παπανδρέου 37 Τ.Κ. – Πόλη: 15180 Μαρούσι

Ιστοσελίδα: [www.minedu.gov.gr](http://www.minedu.gov.gr)

Πληροφορίες:Αν. Πασχαλίδου Τηλέφωνο:210-3443422

με τίτλο:

**ΘΕΜΑ:** Οδηγίες για τη διδασκαλία των Μαθηματικών στις Α΄, Β΄ τάξεις Ημερήσιου ΓΕΛ και Α΄, Β΄, Γ΄ τάξεις Εσπερινού ΓΕΛ για το σχολ. έτος 2016 – 2017

## II ΔΙΔΑΚΤΕΑ ΥΛΗ

### Κεφ.3ο: Τρίγωνα

- 3.1. Είδη και στοιχεία τριγώνων
- 3.2. 1ο Κριτήριο ισότητας τριγώνων (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
- 3.3. 2ο Κριτήριο ισότητας τριγώνων (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
- 3.4. 3ο Κριτήριο ισότητας τριγώνων (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
- 3.5. Ύπαρξη και μοναδικότητα καθέτου (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
- 3.6. Κριτήρια ισότητας ορθογώνιων τριγώνων (εκτός της απόδειξης των θεωρημάτων I και II).
- 3.7. Κύκλος - Μεσοκάθετος – Διχοτόμος
- 3.10. Σχέση εξωτερικής και απέναντι γωνίας (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
- 3.11. Ανισοτικές σχέσεις πλευρών και γωνιών (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
- 3.12. Τριγωνική ανισότητα (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
- 3.13. Κάθετες και πλάγιες (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος II)
- 3.14. Σχετικές θέσεις ευθείας και κύκλου (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος I)
- 3.15. Εφαπτόμενα τμήματα
- 3.16. Σχετικές θέσεις δύο κύκλων
- 3.17. Απλές γεωμετρικές κατασκευές
- 3.18. Βασικές κατασκευές τριγώνων



## Κεφάλαιο 3<sup>ο</sup> (Προτείνεται να διατεθούν 14 διδακτικές ώρες)

§3.1, §3.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)

§3.3, §3.4 (Να διατεθούν 3 ώρες)

§3.5, §3.6 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Οι μαθητές έχουν διαπραγματευθεί το μεγαλύτερο μέρος του περιεχομένου των παραγράφων 3.1 έως 3.6 στο Γυμνάσιο. Προτείνεται να δοθεί έμφαση σε κάποια νέα στοιχεία όπως:

**α)** Η σημασία της ισότητας των ομόλογων πλευρών στη σύγκριση τριγώνων.

**β)** Η διαπραγμάτευση παραδειγμάτων τριγώνων με τρία κύρια στοιχεία τους ίσα, τα οποία -τρίγωνα- δεν είναι ίσα (δυο τρίγωνα με ίσες δυο πλευρές και μια μη περιεχόμενη γωνία αντίστοιχα ίση, όπως στις δραστηριότητες Δ.5 και Δ.7 του ΑΠΣ).

**γ)** Ο σχεδιασμός σχημάτων με βάση τις λεκτικές διατυπώσεις των γεωμετρικών προτάσεων (ασκήσεων, θεωρημάτων) και αντίστροφα.

**δ)** Η διατύπωση των γεωμετρικών συλλογισμών των μαθητών.

**ε)** Η ισότητα τριγώνων, ως μια στρατηγική απόδειξης ισότητας ευθυγράμμων τμημάτων ή γωνιών (σχόλιο σελ.43).

**στ)** Ο εντοπισμός κατάλληλων τριγώνων για σύγκριση σε «σύνθετα» σχήματα (προτείνεται η δραστηριότητα Δ.6 του ΑΠΣ).

**ζ)** Η σημασία της «βοηθητικής γραμμής» στην αποδεικτική διαδικασία (πόρισμα I της §.3.2).

● Προτείνεται να ενοποιηθούν σε μια πρόταση οι προτάσεις που ταυτίζουν τη διχοτόμο, τη διάμεσο και το ύψος από τη κορυφή ισοσκελούς τριγώνου (πόρισμα I σελ.42, πόρισμα I σελ.45, πόρισμα I σελ.50).

● Μαζί με την πρόταση αυτή προτείνεται να γίνει η διαπραγμάτευση της εφαρμογής 2 της σελ.61 για την απόδειξη της οποίας αρκούν τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.

● Επίσης, σαν μια ενιαία πρόταση, μπορεί να ζητηθεί από τους μαθητές να δείξουν ότι σε ίσα τρίγωνα τα δευτερεύοντα στοιχεία τους (διάμεσος, ύψος, διχοτόμος) που αντιστοιχούν σε ομόλογες πλευρές είναι επίσης ίσα

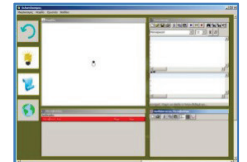
(π.χ. άσκηση 1i Εμπέδωσης σελ. 48, άσκηση 4 Εμπέδωσης σελ.54).

● Ενιαία μπορούν να αντιμετωπιστούν, ως αντίστροφες προτάσεις, τα πορίσματα IV της §3.2 και III, IV της §3.4 που αναφέρονται στις σχέσεις των χορδών και των αντίστοιχων τόξων.

• Με στόχο την ανάδειξη της διδακτικής αξίας των γεωμετρικών τόπων προτείνεται τα πορίσματα III της §3.2 και II της §3.4, που αφορούν στη μεσοκάθετο τμήματος, καθώς και το θεώρημα IV της §3.6, που αφορά στη διχοτόμο γωνίας, να διδαχθούν ενιαία ως παραδείγματα βασικών γεωμετρικών τόπων. Συγκεκριμένα, προτείνεται οι μαθητές πρώτα να εικάσουν τους συγκεκριμένους γεωμετρικούς τόπους και στη συνέχεια να τους αποδείξουν (προτείνονται οι δραστηριότητες Δ.8, Δ.9 και Δ.10 του ΑΠΣ).

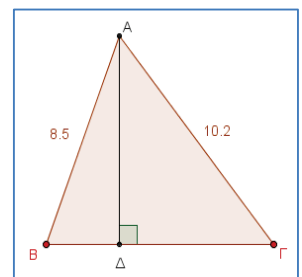
#### Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Με το μικροπείραμα «3ο κριτήριο ισότητας τριγώνου» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές χρησιμοποιώντας τις γνώσεις τους, εμπλέκονται ενεργά και εξοικειώνονται με την έννοια της ισότητας των τριγώνων. Αναζητούν απαντήσεις, με ερευνητικό και βιωματικό τρόπο, γεγονός που προσφέρει το κατασκευαστικό περιβάλλον του Χελωνόκοσμου. <http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5821>



#### Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Με το μικροπείραμα «Ύψος, Διάμεσος και διχοτόμος της κορυφής ισοσκελούς τριγώνου» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές οδηγούνται μέσα από πειραματισμούς και εικασίες στην εύρεση της σχέσης που συνδέει το ύψος, τη διάμεσο και τη διχοτόμο της κορυφής ενός ισοσκελούς τριγώνου. Παράλληλα μαθαίνουν για το ρόλο της εικασίας και του πειραματισμού στη διαδικασία της εύρεσης σχέσεων μεταξύ γεωμετρικών αντικειμένων. <http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2277>



**§3.7** (Να διατεθεί **1** ώρα)

**§3.10 - §3.13** (Να διατεθούν **2** ώρες)

Η ύλη των παραγράφων αυτών είναι νέα για τους μαθητές. Να επισημανθεί στους μαθητές ότι η τριγωνική ανισότητα αποτελεί κριτήριο για το πότε τρία ευθύγραμμα τμήματα αποτελούν πλευρές τριγώνου (προτείνεται η δραστηριότητα Δ.12 του ΑΠΣ). Στόχος είναι οι μαθητές να διαπιστώσουν την αναγκαιότητά της, αλλά και τη λειτουργικότητά της, για την κατασκευή ενός τριγώνου.

Επίσης, προτείνονται οι ασκήσεις 4 και 6 (Αποδεικτικές), που διαπραγματεύονται την απόσταση σημείου από κύκλο και σχέσεις χορδών και τόξων αντίστοιχα.

### Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Να εξετάσετε αν κατασκευάζονται τρίγωνα με μήκη πλευρών τις τιμές των  $\alpha, \beta$  και  $\gamma$  για τις περιπτώσεις του παρακάτω πίνακα.

$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
5	6	7
10	3	4
8	9	10
12	3	5

### Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Αν δύο πλευρές τριγώνου έχουν μήκη 5 και 9:

- α)** Να δώσετε ενδεικτικές τιμές για την τρίτη πλευρά,  
**β)** Να βρείτε το διάστημα στο οποίο παίρνει τιμές το μήκος της τρίτης πλευράς.

#### **Απάντηση** (δική μου)

**α)** Η διαφορά είναι  $9-5=4$  και το άθροισμα  $5+9=14$  άρα δυνατές τιμές είναι πχ

5,6,7,8,9,10,11,12,13

**β)** Είναι το διάστημα (4,14)

### Ενδεικτική δραστηριότητα 3:

Δίνεται ευθεία  $\epsilon$  και δύο σημεία  $A, B$  εκτός αυτής. Να βρείτε τη θέση του σημείου  $M$  της ευθείας, για το οποίο:

- α)** Το άθροισμα  $AM+BM$  γίνεται ελάχιστο,  
**β)** η διαφορά  $AM-MB$  γίνεται μέγιστη.

Να λύσετε το πρόβλημα στην περίπτωση που τα  $A$  και  $B$  βρίσκονται εκατέρωθεν της ευθείας και στην περίπτωση που βρίσκονται προς την ίδια μεριά.

Υπάρχει σημείο  $M$ , ώστε το άθροισμα να γίνει μέγιστο; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

Υπάρχει σημείο  $M$ , ώστε η διαφορά να γίνει ελάχιστη; Αν ναι, ποιο;

[Σχόλιο-στόχος: Οι μαθητές χρησιμοποιούν τις ανισοτικές σχέσεις σε ένα τρίγωνο σε επίλυση προβλήματος]

#### **Λύση**

**α)** εκατέρωθεν το σημείο τομής του  $AB$  με την ευθεία

Από την ίδια πλευρά

$AM-MB$  μέγιστη τομή του  $AB$  με την ευθεία όταν στην ίδια πλευρά

### **§3.14 - §3.16 (Να διατεθούν 2 ώρες)**

Τα συμπεράσματα της §3.14 είναι γνωστά στους μαθητές από το Γυμνάσιο. Οι αιτιολογήσεις, όμως, προέρχονται από τα θεωρήματα της §3.13.

Το περιεχόμενο της §3.16 (Σχετικές θέσεις δύο κύκλων) δεν είναι γνωστό στους μαθητές και χρειάζεται και για τις γεωμετρικές κατασκευές που ακολουθούν (προτείνονται οι Δ.14 και Δ.15 του ΑΠΣ).

### **§3.17, §3.18 (Να διατεθεί 1 ώρα)**

Η διαπραγμάτευση των γεωμετρικών κατασκευών συμβάλλει στην κατανόηση των σχημάτων από τους μαθητές με βάση τις ιδιότητές τους καθώς και στην ανάπτυξη της αναλυτικής και συνθετικής σκέψης η οποία μπορεί να αξιοποιηθεί και σε εξωμαθηματικές γνωστικές περιοχές. Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα τα προβλήματα 2 και 4 της §3.17 και τα προβλήματα 2 και 3 της §3.18.