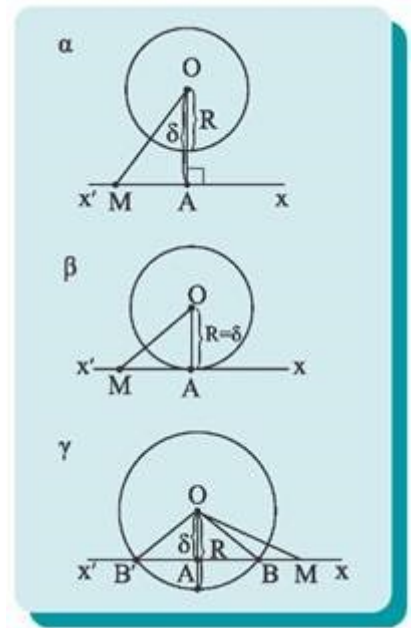


3.14 Σχετικές θέσεις ευθείας και κύκλου Φυλλάδιο (version 7-12-2016)

Θεωρούμε έναν κύκλο (O,R) , μια ευθεία $x'x$. Τότε υπάρχουν **3** περιπτώσεις:

- Η $x'x$ δεν έχει κανένα κοινό σημείο με τον κύκλο και λέγεται **εξωτερική** ευθεία του κύκλου.
- Η $x'x$ έχει ένα μόνο κοινό σημείο με τον κύκλο και λέγεται **εφαπτομένη** του κύκλου. Το κοινό σημείο της $x'x$ και του κύκλου λέγεται **σημείο επαφής**.
- Η $x'x$ έχει δύο κοινά σημεία με τον κύκλο και λέγεται **τέμνουσα** του κύκλου και τα κοινά της σημεία με το κύκλο λέγονται σημεία τομής της με τον κύκλο. Επίσης λέμε ότι η ευθεία τέμνει τον κύκλο.



• Φέρνουμε το κάθετο τμήμα OA του O προς την $x'x$. Αν συμβολίσουμε με δ το μήκος του (απόσταση του O από την $x'x$) τότε, αποδεικνύεται ότι ισχύει:

- Η ευθεία είναι **εξωτερική** του κύκλου $\Leftrightarrow \delta > R$
- Η ευθεία είναι **εφαπτομένη** του κύκλου $\Leftrightarrow \delta = R$
- Η ευθεία έχει **τέμνουσα** του κύκλου $\Leftrightarrow \delta < R$

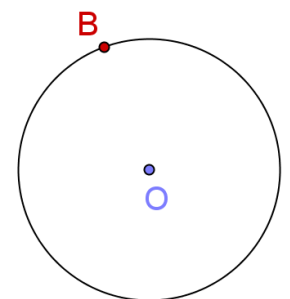
ΔΥΟ ΠΟΛΥ ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1. Για να σχεδιάσουμε την εφαπτομένη του κύκλου (κέντρου O) σε ένα σημείο του B ,

i. φέρουμε την ακτίνα OB και στην συνέχεια

ii) κάθετη στην ακτίνα στο σημείο B

► Σχεδιάστε την εφαπτομένη στο B ακολουθώντας τις πιο πάνω οδηγίες

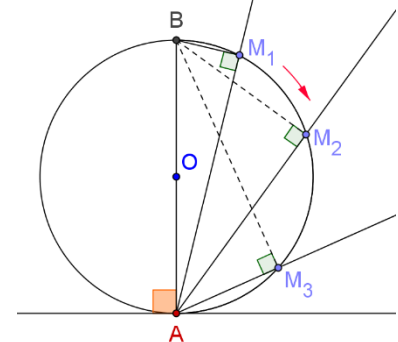
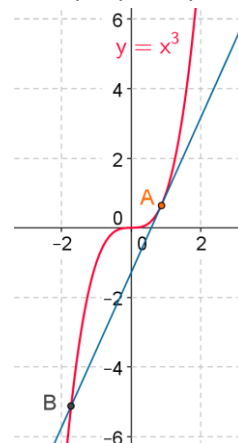


Για συζήτηση: ▪ Πρόβλημα ορισμού και σχεδίασης εφαπτομένης σε μια άλλη καμπύλη.

- Αδυναμία γενίκευσης ορισμού της εφαπτομένης ως της ευθείας που έχει ένα μόνο κοινό σημείο με την καμπύλη
- Η εφαπτομένη ως οριακή θέση τέμνουσας.

2. Η ακτίνα που καταλήγει στο σημείο επαφής είναι κάθετη στην εφαπτομένη.

- Η εφαπτομένη του κύκλου σε κάθε σημείο του είναι μοναδική.



Θεώρημα I

Μια ευθεία και ένας κύκλος έχουν το πολύ δύο κοινά σημεία.

3.15 Εφαπτόμενα τμήματα

Έστω ένας κύκλος (O, ρ) και ένα εξωτερικό του σημείο P . Στην § 6.7 θα δούμε ότι από το P φέρονται δύο εφαπτόμενες του κύκλου. Αν A, B είναι τα σημεία επαφής αυτών με τον κύκλο (σχ.60), τότε τα τμήματα PA και PB λέγονται **εφαπτόμενα τμήματα του κύκλου από το σημείο P** και η ευθεία PO **διακεντρική** ευθεία του σημείου P . Ισχύει το εξής θεώρημα:

Θεώρημα II+Πορίσματα

Εστω κύκλος κέντρου O και P ένα εξωτερικό σημείο του κύκλου. Τότε:

i) Τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου, που άγονται από το P είναι ίσα μεταξύ τους.

(ii) Η διακεντρική ευθεία του P διχοτομεί:

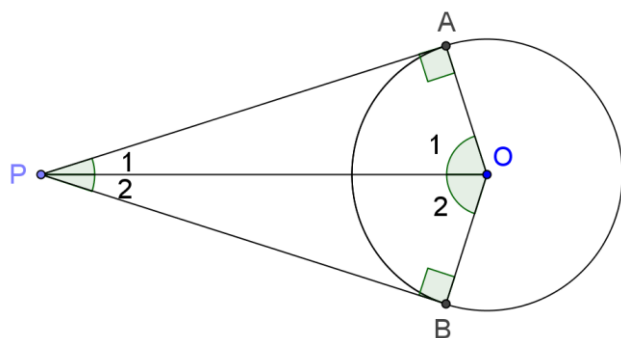
α) τη γωνία των εφαπτόμενων τμημάτων και

β) τη γωνία των ακτίνων που καταλήγουν στο σημείο επαφής Ισχύει

(iii) Η διακεντρική ευθεία του P είναι μεσοκάθετος της χορδής του κύκλου με άκρα τα σημεία επαφής,

Απόδειξη:

i) και (ii)



(iii)

