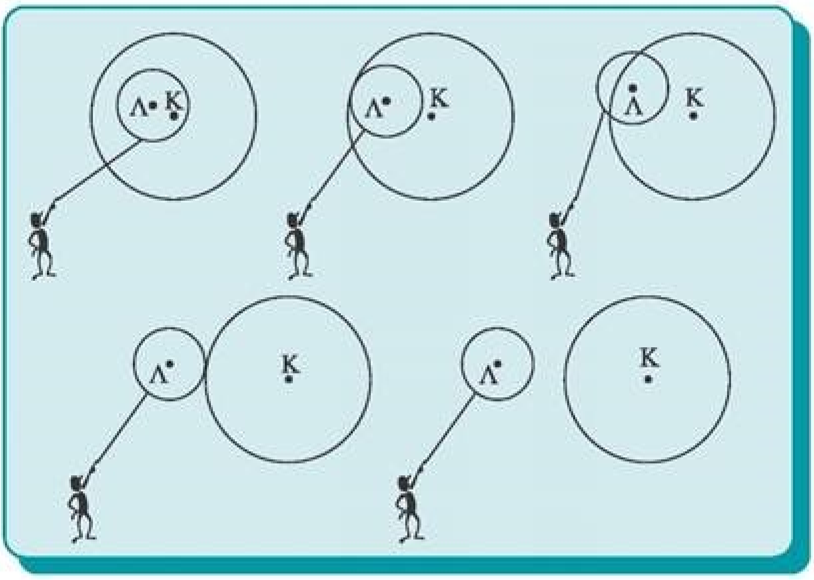
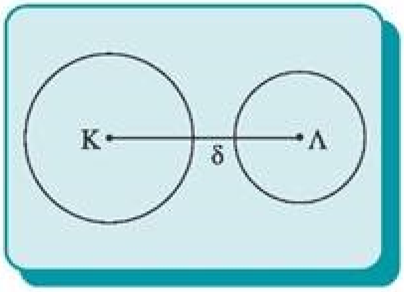
3.16 Σχετικές θέσεις δυο κύκλων ΦΥΛΛΑΔΙΟ *(version 7-12-2016)*

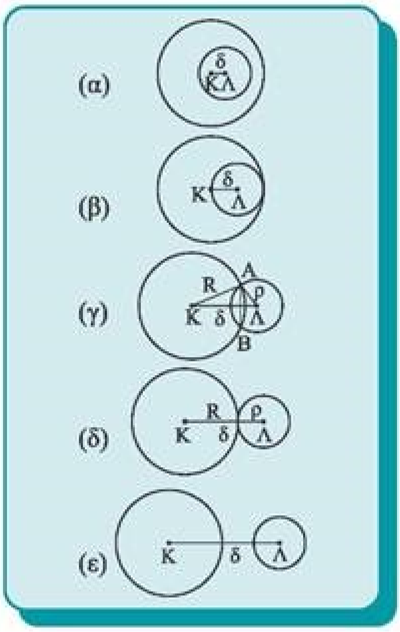
Θεωρούμε δύο κύκλους (Κ, R) και (Λ, ρ) με R > ρ. Οι σχετικές τους θέσεις φαίνονται στο διπλανό σχήμα.





Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα κέντρα δύο κύκλων λέγεται **διάκεντρος** των δύο κύκλων και συμβολίζεται με **δ.**

● **Οι σχετικές θέσεις δύο κύκλων εξαρτώνται από τη σχέση της διακέντρου με το άθροισμα ή τη διαφορά των ακτίνων τους.** Διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις:



• **Κύκλοι χωρίς κοινά σημεία**

(i) Ο κύκλος (Λ, ρ) βρίσκεται στο εσωτερικό του (Κ, R), αν και μόνο αν **δ<R-ρ**. (σχήμα **α)**

(ii) Οι κύκλοι (Κ, R) και (Λ, ρ) βρίσκεται ο ένας στο εξωτερικό του άλλου, αν και μόνο αν **δ > R + ρ** (σχήμα **ε)**

• **Εφαπτόμενοι κύκλοι**

(i) Οι κύκλοι εφάπτονται εσωτερικά, δηλαδή έχουν ένα κοινό σημείο και ο κύκλος (Λ, ρ) βρίσκεται στο εσωτερικό του (Κ, R), αν και μόνο αν **δ = R - ρ** (σχήμα **β**).

(ii) Οι κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά, δηλαδή έχουν ένα κοινό σημείο και ο ένας βρίσκεται στο εξωτερικό του άλλου, αν και μόνο αν **δ = R + ρ** (σχήμα **δ**).

● Το κοινό σημείο δύο εφαπτόμενων κύκλων λέγεται **σημείο επαφής** και <u>είναι σημείο της διακέντρου</u>. Πράγματι, αν το σημείο επαφής Α δεν είναι σημείο της διακέντρου, τότε από το τρίγωνο ΑΚΛ έχουμε ΚΛ<ΚΑ+ΑΛ δηλαδή δ<R+ρ που είναι άτοπο

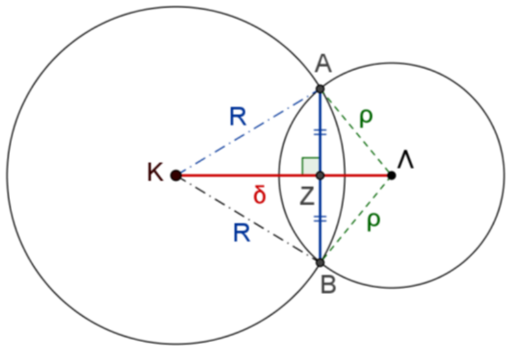
• **Τεμνόμενοι κύκλοι**

Οι κύκλοι τέμνονται, δηλαδή έχουν δύο κοινά σημεία, αν και μόνο αν R – ρ < δ < R +ρ. Το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ που ενώνει τα κοινά σημεία λέγεται **κοινή χορδή** των δύο κύκλων.

Θεώρημα

Η διάκεντρος δύο τεμνόμενων κύκλων είναι μεσοκάθετος της κοινής χορδής τους.

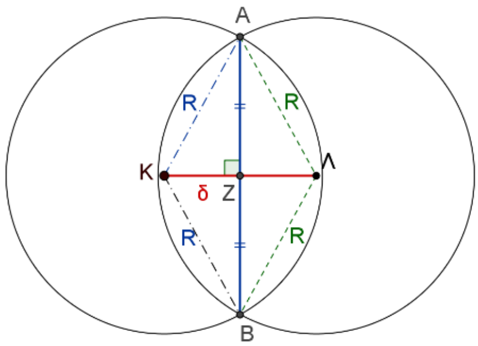
Απόδειξη:



ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Στην περίπτωση που οι τεμνόμενοι κύκλοι (Κ, R) και (Λ, ρ) είναι ίσοι, δηλαδή έχουν R = ρ, τότε και η κοινή χορδή είναι μεσοκάθετος της διακέντρου.

Απόδειξη:



ΕΦΑΡΜΟΓΗ

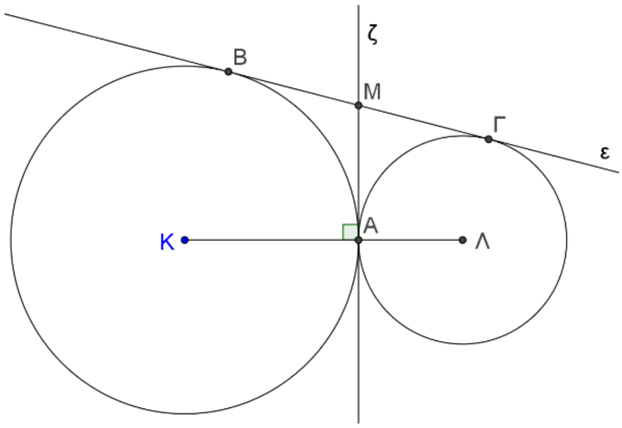
Δύο κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά στο Α. Μία ευθεία **ε** εφάπτεται και στους δύο κύκλους στα Β, Γ αντίστοιχα, όπως στο σχήμα. Να αποδειχθεί ότι:

(i) Η εφαπτομένη **ζ** του ενός κύκλου στο Α είναι και εφαπτομένη του άλλου.

(ii) Η ευθεία **ζ** διχοτομεί το τμήμα ΒΓ.

Απόδειξη:

(i)



ΣΧΟΛΙΟ: Η ευθεία **ε** του παραπάνω σχήματος, που εφάπτεται και στους δύο κύκλους και τους αφήνει προς το ίδιο μέρος της λέγεται **κοινή εξωτερική εφαπτομένη**, ενώ η ευθεία ζ που έχει τους κύκλους στους οποίους εφάπτεται εκατέρωθεν αυτής λέγεται **κοινή εσωτερική εφαπτομένη**.