

ΘΕΜΑ 2 2853

Ένας μαθητής της Α' λυκείου βρήκε έναν τρόπο να κατασκευάζει παράλληλες ευθείες. Στην αρχή σχεδιάζει μια τυχαία γωνία $XO\Psi$. Στη συνέχεια με κέντρο την κορυφή O της γωνίας σχεδιάζει δυο ομόκεντρους διαφορετικούς κύκλους με τυχαίες ακτίνες. Ο μικρότερος κύκλος τέμνει τις πλευρές OX και $O\Psi$ της γωνίας στα σημεία A , B αντίστοιχα και ο μεγαλύτερος στα σημεία Γ , Δ .

Ισχυρίζεται ότι οι ευθείες που ορίζονται από τις χορδές AB και $\Gamma\Delta$ είναι παράλληλες. Μπορείτε να το δικαιολογήσετε; (Μονάδες 25)

ΛΥΣΗ:

Επειδή $OA=OB$ το τρίγωνο OAB είναι ισοσκελές άρα οι προσκείμενες γωνίες στην βάση θα είναι ίσες και

καθεμία θα είναι ίση με $\frac{180^\circ - \hat{O}}{2}$.

$$\text{Ειδικά: } \hat{B}_1 = \frac{180^\circ - \hat{O}}{2} \quad (1)$$

Επειδή $OG=OD$ το τρίγωνο $O\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές άρα οι προσκείμενες γωνίες στην βάση θα είναι ίσες και

καθεμία θα είναι ίση με $\frac{180^\circ - \hat{O}}{2}$.

$$\text{Ειδικά: } \hat{\Delta}_1 = \frac{180^\circ - \hat{O}}{2} \quad (2)$$

Από (1) και (2) προκύπτει ότι $\hat{B}_1 = \hat{\Delta}_1$.

Οι ευθείες AB και $\Gamma\Delta$ τεμνόμενες από την $O\Psi$ σχηματίζουν δύο εντός εκτός και επί τα αυτά γωνίες ίσες άρα είναι παράλληλες. (Πόρισμα 1 σ.76)

Άρα ο ισχυρισμός του μαθητή είναι ορθός.

