

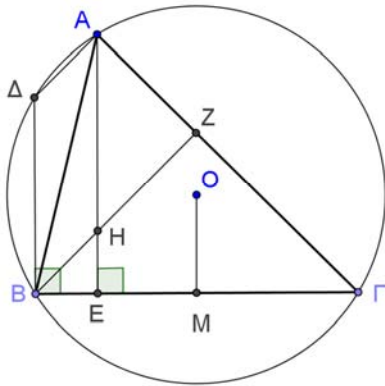
ΘΕΜΑ 4 6879

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο (O,R) . Έστω σημείο Δ του τόξου AB τέτοιο ώστε $\Delta B \perp B\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι $A\Delta \perp A\Gamma$. **(Μονάδες 8)**

β) Έστω H το ορθόκεντρο του τριγώνου $AB\Gamma$. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Delta B H$ είναι παραλληλόγραμμο. **(Μονάδες 9)**

γ) Αν M το μέσον της $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι $OM = \frac{AH}{2}$. **(Μονάδες 8)**



Αφού το τετράπλευρο $\Delta A\Gamma B$ είναι εγγεγραμμένο οι απέναντι γωνίες του θα είναι παραπληρωματικές οπότε αφού $\hat{B} = 90^\circ$ θα είναι και $\hat{\Delta A\Gamma} = 90^\circ$ δηλαδή $A\Delta \perp A\Gamma$.

Φέρνω τα ύψη AE και BZ . Το σημείο τομής τους είναι το ορθόκεντρο H .

Αφού οι ΔB και AE είναι κάθετες στην $B\Gamma$ θα είναι παράλληλες

Επειδή ΔA και BZ κάθετες στην $A\Gamma$ θα είναι παράλληλες

Το τετράπλευρο $A\Delta B H$ έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες οπότε σύμφωνα με τον ορισμό είναι παραλληλόγραμμο.

Αφού η εγγεγραμμένη γωνία $\hat{\Delta B\Gamma} = 90^\circ$, το τόξο $\widehat{\Delta A\Gamma} = 180^\circ$ δηλαδή η $\Delta\Gamma$ θα είναι διάμετρος.

Στο τρίγωνο $\Delta B\Gamma$:

$$\left. \begin{array}{l} M \text{ μέσο } B\Gamma \\ O \text{ μέσο } \Delta\Gamma \end{array} \right\} \Rightarrow MO = \frac{\Delta B}{2}$$

Ομως από το παραλληλόγραμμο $A\Delta B H$ θα είναι $\Delta B = AH$ οπότε τελικά $MO = \frac{AH}{2}$

