

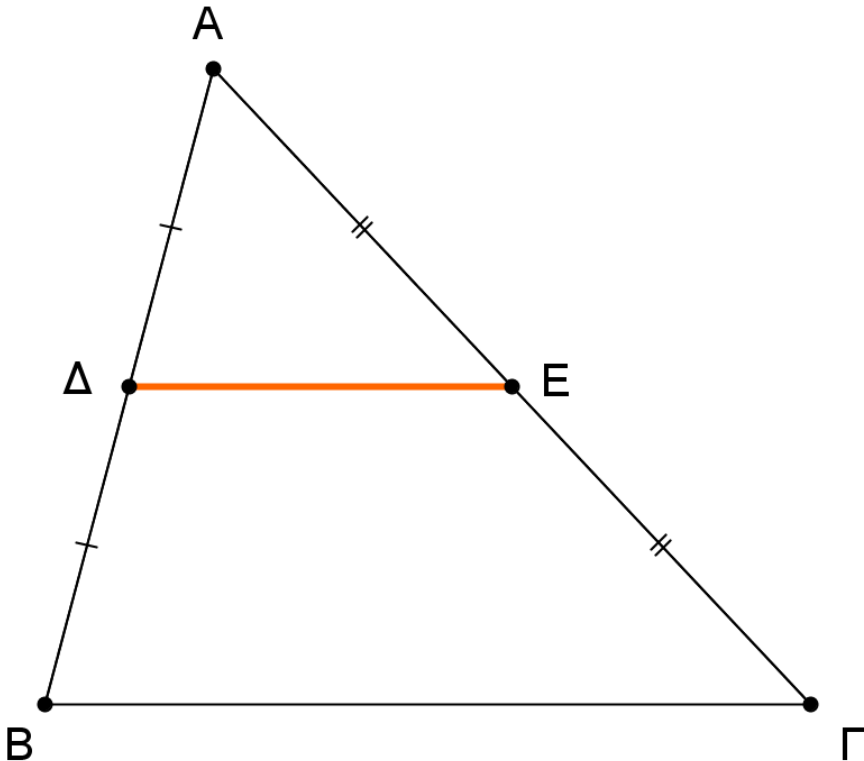
Εφαρμογές των παραλληλογράμμων

Αθανασίου Δημήτρης (Μαθηματικός)
asepfreedom@yahoo.gr

5.6 Εφαρμογές στα τρίγωνα

Θεώρημα I σ.104

- Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των δύο πλευρών τριγώνου είναι παράλληλο προς την τρίτη πλευρά και ίσο με το μισό της.

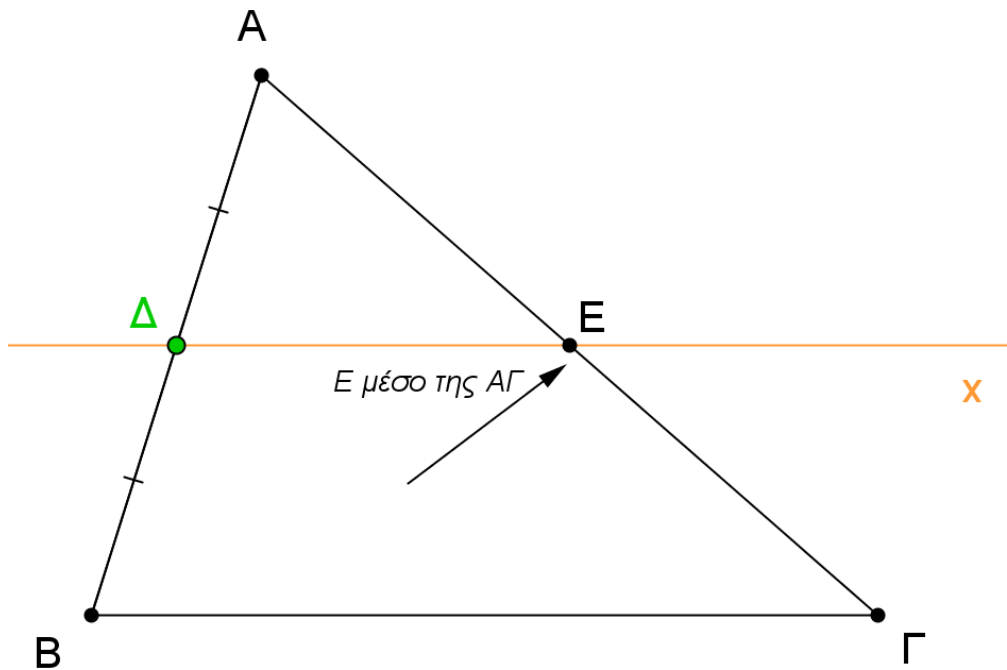


$$\Delta E \parallel B\Gamma$$

$$\Delta E = \frac{B\Gamma}{2}$$

Θεώρημα II

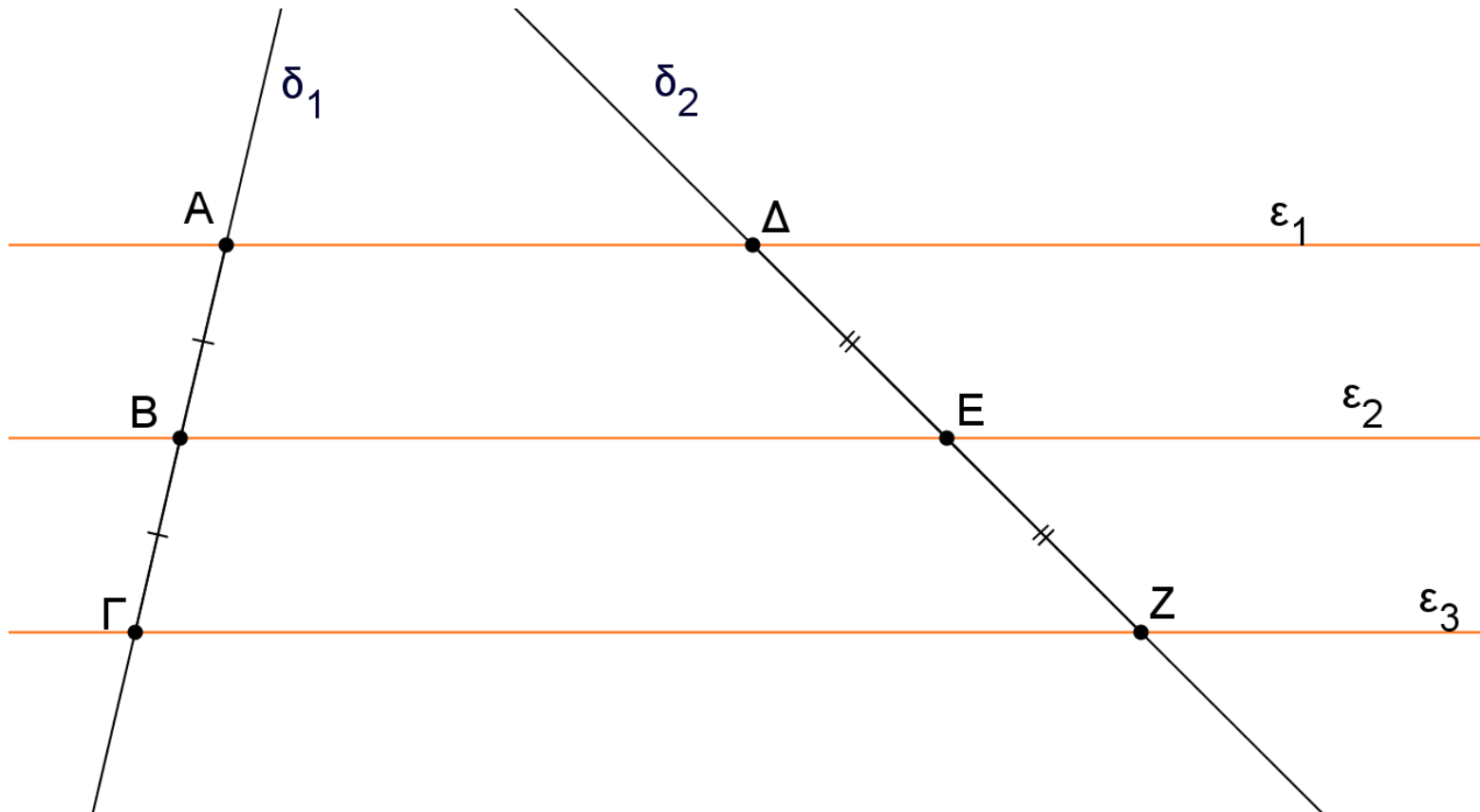
- Αν από το μέσο μιας πλευράς ενός τριγώνου φέρουμε ευθεία παράλληλη προς μια άλλη πλευρά του, τότε η ευθεία αυτή διέρχεται από το μέσο της τρίτης πλευράς του.



$$\left. \begin{array}{l} \Delta \text{ μέσο της } AB \\ \Delta x \parallel B\Gamma \end{array} \right\} \Rightarrow E \text{ μέσο της } A\Gamma$$

Θεώρημα III

Αν τρεις (τουλάχιστον) παράλληλες ευθείες ορίζουν σε μία ευθεία ίσα τμήματα, θα ορίζουν ίσα τμήματα και σε κάθε άλλη ευθεία που τις τέμνει .



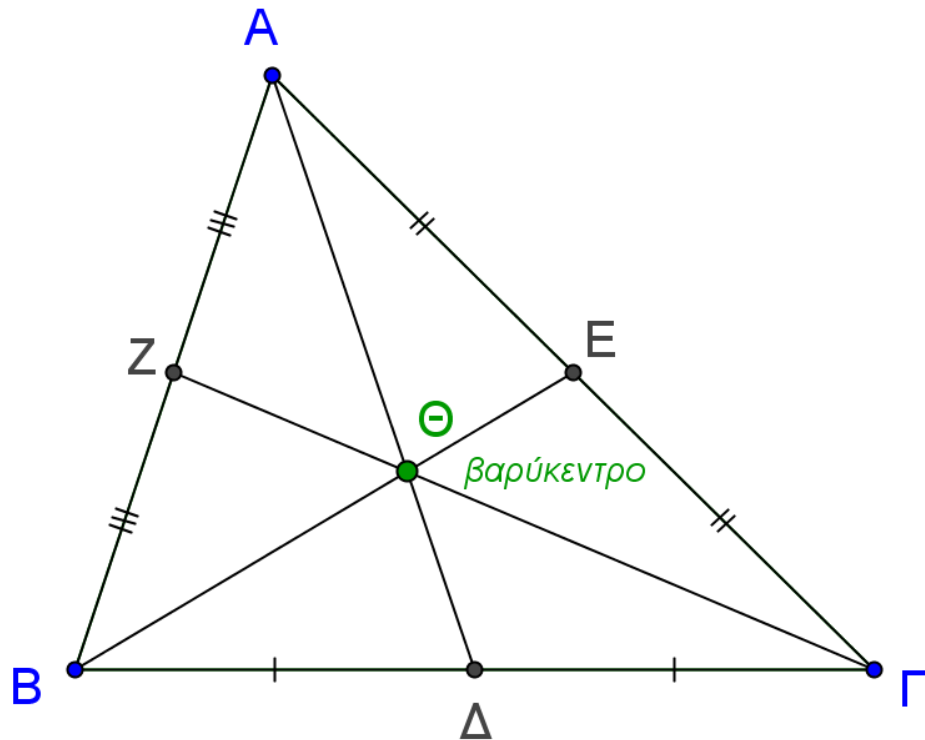
$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3 \\ AB = B\Gamma \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta E = EZ$$

Σημείωση: Το θεώρημα αυτό χρησιμοποιείται στην απόδειξη του θεωρήματος του Θαλή. (Β' Λυκείου)

5.7 Βαρύκεντρο τριγώνου

Θεώρημα

- Οι διάμεσοι ενός τριγώνου διέρχονται από το ίδιο σημείο του οποίου η απόσταση από κάθε κορυφή είναι τα $\frac{2}{3}$ του μήκους της αντίστοιχης διαμέσου.
- Το σημείο Θ , στο οποίο τέμνονται οι διάμεσοι του $ΑΒΓ$, λέγεται **βαρύκεντρο** (ή **κέντρο βάρους**) του τριγώνου.



$$ΑΘ = \frac{2}{3} ΑΔ$$

$$ΘΔ = \frac{1}{3} ΑΔ$$

$$ΒΘ = \frac{2}{3} ΒΕ$$

$$ΘΕ = \frac{1}{3} ΒΕ$$

$$ΓΘ = \frac{2}{3} ΓΖ$$

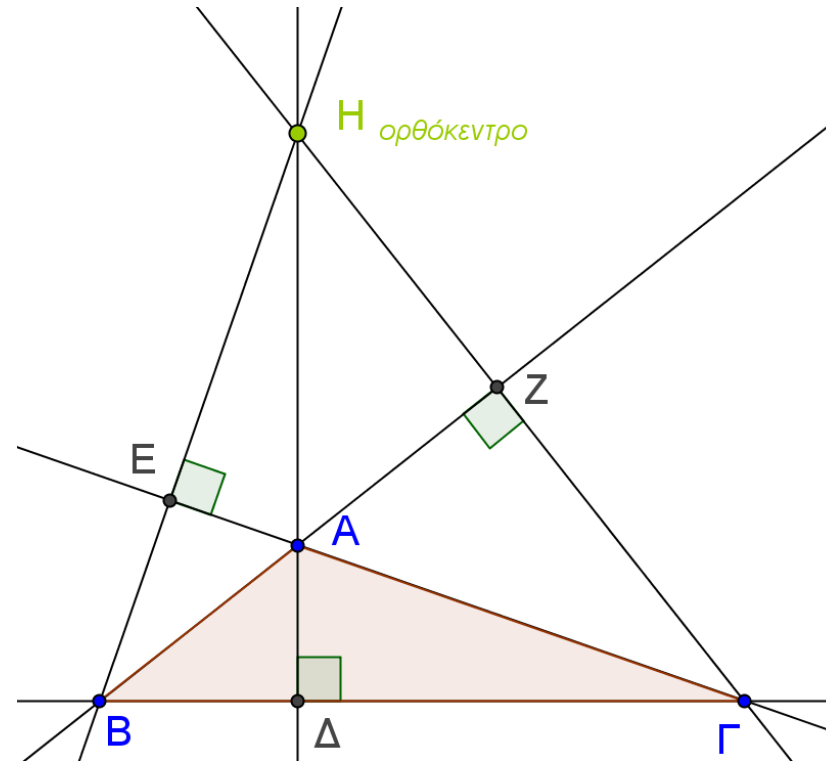
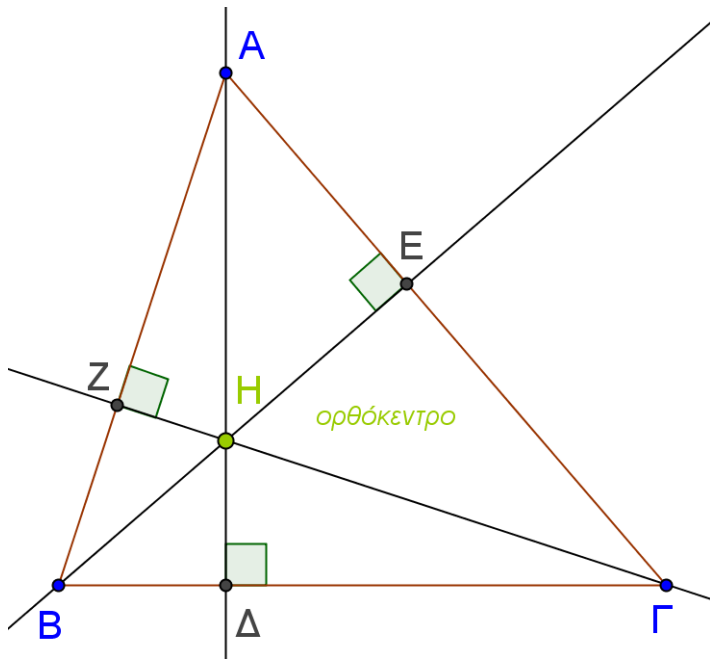
$$ΘΖ = \frac{1}{3} ΓΖ$$

5.8 Το ορθόκεντρο τριγώνου

Αθανασίου Δημήτρης (Μαθηματικός)
www.peira.gr

Θεώρημα

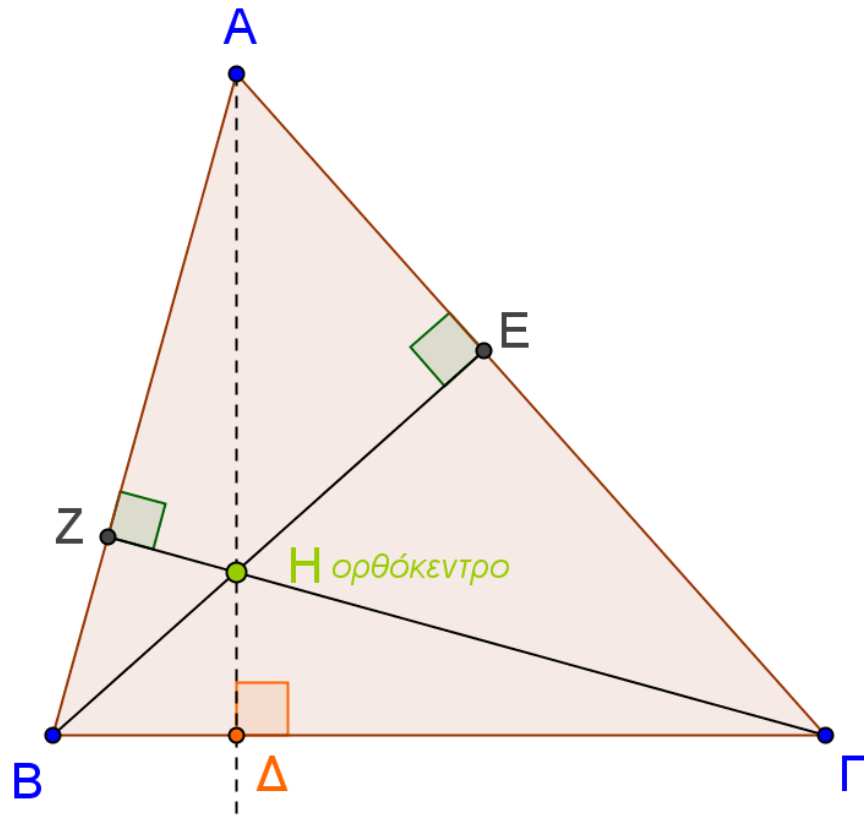
- Οι φορείς των υψών ενός τριγώνου διέρχονται από το ίδιο σημείο.
- Το σημείο H λέγεται **ορθόκεντρο** του τριγώνου $AB\Gamma$.



Προσοχή!:

Όταν το τρίγωνο είναι αμβλυγώνιο το ορθόκεντρο βρίσκεται έξω από το τρίγωνο.

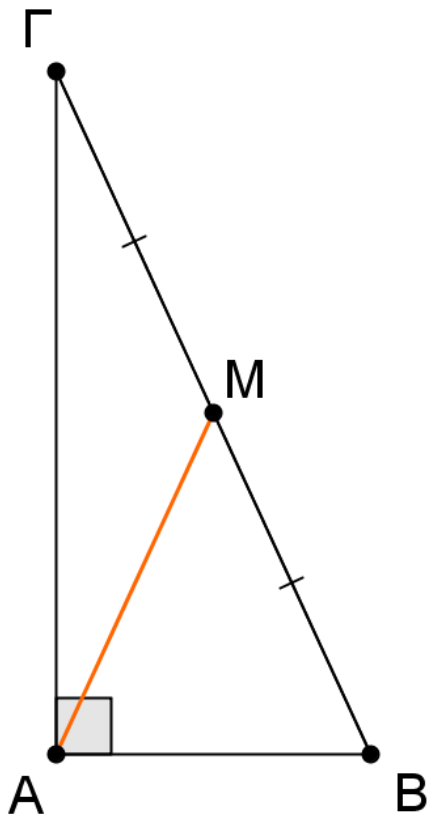
- Σημείωση: Σε κάποιες ασκήσεις το γεγονός ότι τα ύψη του τριγώνου διέρχεται από το ίδιο σημείο χρησιμοποιείται ως εξής:
- Σε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι σχεδιασμένα τα δύο ύψη ενός τριγώνου BE και ΓZ , οπότε αν φέρω την AH αυτή θα είναι η ευθεία του 3^{ου} ύψους οπότε $AH \perp B\Gamma$.



5.9 Μια ιδιότητα του ορθογώνιου τριγώνου

Θεώρημα Ι

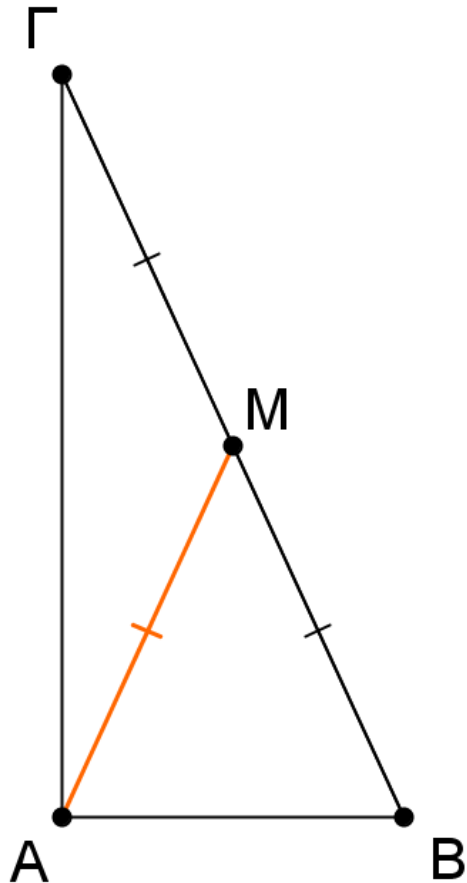
- Η διάμεσος ορθογώνιου τριγώνου που φέρουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας είναι ίση με το μισό της υποτεινούς.



$$AM = \frac{BG}{2}$$

Θεώρημα II

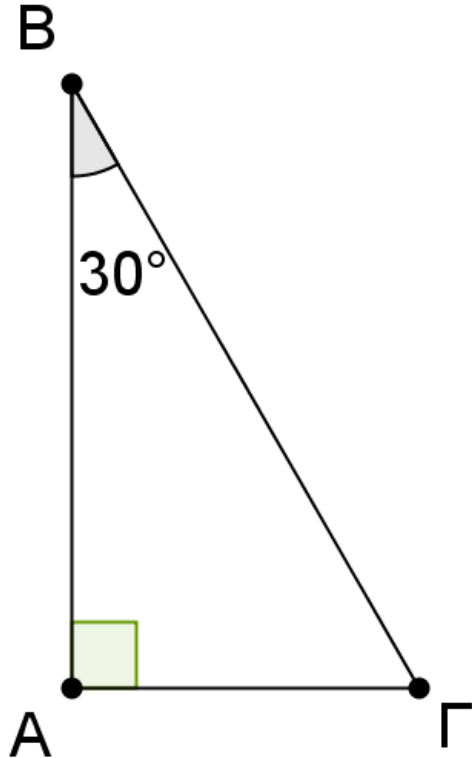
Αν η διάμεσος ενός τριγώνου ισούται με το μισό της πλευράς στην οποία αντιστοιχεί, τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την πλευρά αυτή.



$$\text{Αν } AM = \frac{BC}{2} \text{ τότε } \hat{A} = 90^\circ$$

ΠΟΡΙΣΜΑ

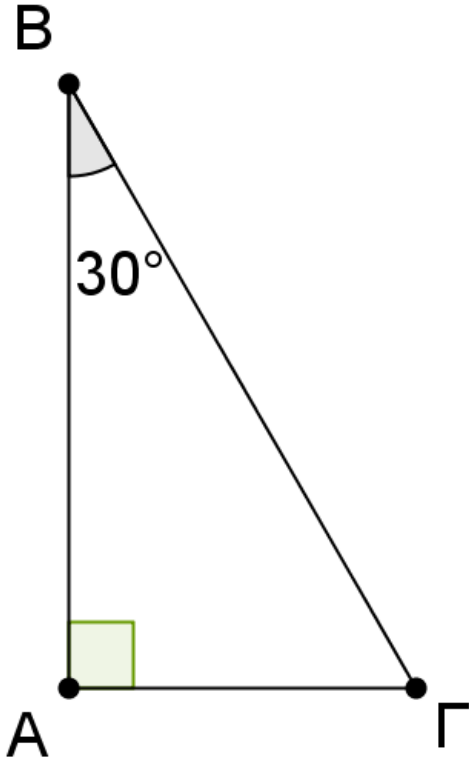
- Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο μια γωνία του ισούται με 30° , τότε η απέναντι πλευρά του είναι το μισό της υποτεινούςας.



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = 90^\circ \\ \hat{B} = 30^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow A\Gamma = \frac{B\Gamma}{2}$$

Και αντίστροφα

- Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο μια κάθετη πλευρά του είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας, τότε η απέναντι γωνία ισούται με 30° .



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = 90^\circ \\ A\Gamma = \frac{B\Gamma}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B} = 30^\circ$$

The end...

Thanks for watching!!!