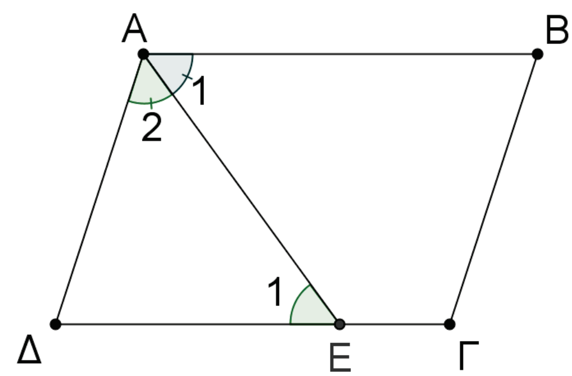
5.1-5.2 ΕΜΠΕΔΩΣΗΣ ΜΕ ΛΥΣΕΙΣ

Ε1. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ.Η διχοτόμος της $\hat{A}$ τέμνει τη ΔΓ στο Ε. Να αποδείξετε ότι ΔΕ=ΒΓ

Λύση:



Η $\hat{A}_1 = \hat{E}_1$ **(1)** ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΑΒ και ΔΓ που τέμνονται από την ΑΕ.

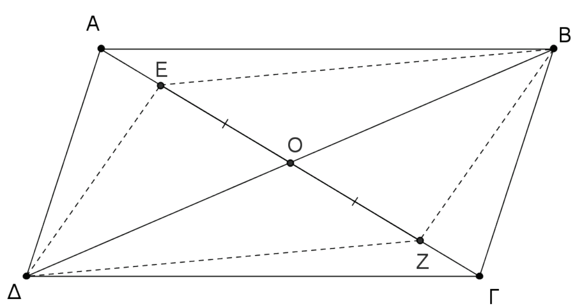
Ομως και $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ **(2)** αφού ΑΕ διχοτόμος της $\hat{A}$ οπότε από (1) και (2) παίρνουμε $\hat{A}_2 = \hat{E}_1$ και επομένως *[από Πόρισμα ii) σ 54]* είναι ΔΕ=ΑΔ **(3).**

Ομως γνωρίζουμε ότι οι απέναντι πλευρές ενός παραλληλογράμμου είναι ίσες οπότε ΑΔ=ΒΓ **(4).**

Από **(3)** και **(4)** προκύπτει ότι ΔΕ=ΒΓ.

Ε2. Εστω Ο το κέντρο παραλλληλογράμμου ΑΒΓΔ.Αν Ε και Ζ σημεία των ΟΑ και ΟΓ αντίστοιχα ώστε ΟΕ=ΟΖ να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΒΕΔΓ είναι παραλληλόγραμμο.

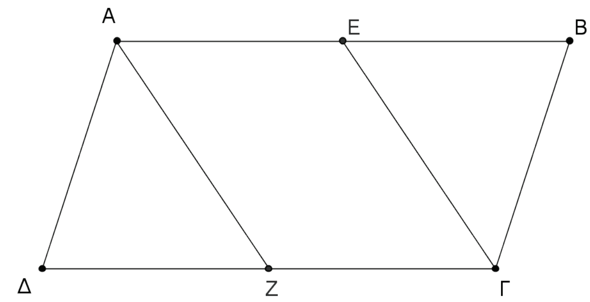
Λύση:



Επειδή το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο οι διαγώνιοί του θα διχοτομούνται *(Ιδιότητα iii).*Επομένως ΟΔ=ΟΒ.

Επειδή μας δίνεται ότι ΕΟ=ΟΖ, οι διαγώνιοι του τετραπλεύρου ΕΒΖΔ διχοτομούνται, οπότε από το γνωστό κριτήριο για παραλληλόγραμμα *[iv) κριτήριο]* έχουμε ότι ΕΒΖΔ είναι παραλληλόγραμμο.

Ε3. Εστω Ε και Ζ τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΓΔ αντίστοιχα παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ.Να αποδείξετε ότι :



i) το τετράπλευρο ΑΕΓΖ είναι παραλληλόγραμμο.

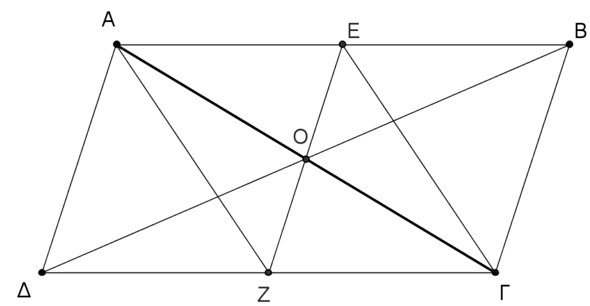
Λύση:

Αφού ΑΒ//ΔΓ θα είναι και ΑΕ//ΖΓ

Επιπλέον επειδή ΑΒ=ΔΓ θα είναι και

$$\frac{AB}{2}=\frac{\Delta\Gamma}{2}\Leftrightarrow AE=Z\Gamma$$

Το τετράπλευρο ΑΕΓΖ έχει δύο απέναντι πλευρές ίσες και παράλληλες, άρα από γνωστό κριτήριο παραλληλογράμμων (ii) είναι παραλληλόγραμμο.



ii) οι ΑΓ, ΒΔ και ΕΖ συντρέχουν.

Λύση:

Γνωρίζουμε ότι οι διαγώνιοι κάθε παραλληλογράμμου διχοτομούνται.

Αρα από το παραλληλόγραμο ΑΒΓΔ η ΒΔ θα διέρχεται από το μέσο Ο της ΑΓ.

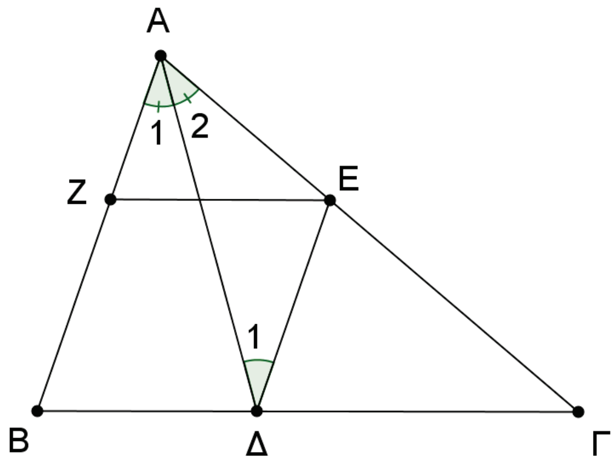
Από το παραλληλόγραμο ΑΕΓΖ η ΕΖ θα διέρχεται από το μέσο Ο της ΑΓ.

Αρα και οι τρείς ευθείες διέρχονται (περνάνε) από το ίδιο σημείο Ο, δηλαδή συντρέχουν.

Αθανασίου Δημήτρης asepfreedom@yahoo.gr peira.gr

Ε4. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και η διχοτόμος του ΑΔ.Η παράλληλη από το Δ προς την ΑΒ τέμνει την ΑΓ στο Ε.Αν η παράλληλη από το Ε προς τη ΒΓ τέμνει την ΑΒ στο Ζ να αποδείξετε ότι ΑΕ=ΒΖ

Λύση:



1. Είναι $\hat{A}_1 = \hat{\Delta}_1$ (1) ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΑΒ και ΔΕ που τέμνονται από την ΑΔ.

2. Επίσης $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ (2) επειδή ΑΔ διχοτόμος της $\hat{A}$.

3. Από (1) και (2) προκύπτει *(μεταβατική ιδιότητα)* ότι $\hat{\Delta}_1 = \hat{A}_2$.

4. Γνωρίζουμε ότι αν ένα τρίγωνο έχει δύο γωνίες ίσες, τότε είναι ισοσκελές (*οι ίσες πλευρές βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες)* *(ΠΟΡΙΣΜΑ ii σ.54).*Επομένως ΑΕ=ΔΕ. **(3)**

5. Το τετράπλευρο ΖΕΔΒ έχει εκ κατασκευής τις απέναντί του πλευρές παράλληλες επομένως είναι παραλληλόγραμμο *(Ορισμός παραλληλογράμμου).*

6. Γνωρίζουμε ότι μια ιδιότητα του παραλληλογράμμου είναι ότι οι απέναντι πλευρές του είναι ίσες (σ.97) Επομένως ΔΕ=ΒΖ **(4)**

7. Από (3) και (4) συμπεραίνουμε *(μεταβατική ιδιότητα)* ότι ΑΕ=ΒΖ.

<u>*Σημείωση*</u>:Εχω αριθμήσει τα βήματα λύσης της άσκησης.