

• **Κριτήρια για να είναι ένα τραπέζιο ισοσκελές**

Ένα τραπέζιο είναι ισοσκελές, αν ισχύει μια από τις παρακάτω προτάσεις.

(i) Οι γωνίες που πρόσκεινται σε μια βάση του είναι ίσες.

(ii) Οι διαγώνιοί του είναι ίσες.

ΑΠΟΔΕΙΞΗ:

(i) Εστω τραπέζιο ΑΒΓΔ στο οποίο ισχύει $\hat{\Delta} = \hat{\Gamma}$ **(1)**.Θα

δείξουμε ότι $AD=BG$

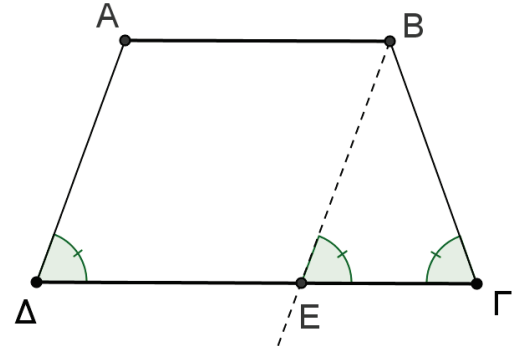
Από το Β φέρνουμε $BE//AD$ που τέμνει την ΔΓ στο Ε.

Ισχύει $\hat{\Delta} = \hat{E}$ **(2)** ως εντός εκτός και επί τα αυτά των παραλλήλων ΑΔ και ΒΕ.

Από **(1)** και **(2)** προκύπτει $\hat{\Gamma} = \hat{E}$ οπότε $BE=BG$ **(3)**

Ομως το ΑΒΕΔ είναι παραλληλόγραμμο, οπότε θα έχει τις απέναντι πλευρές του ίσες και ειδικά $BE=AD$ **(4)**

Από **(1)** και **(2)** προκύπτει $AD=BG$



(ii) Εστω ότι στο τραπέζιο ΑΒΓΔ είναι $AG=BD$.

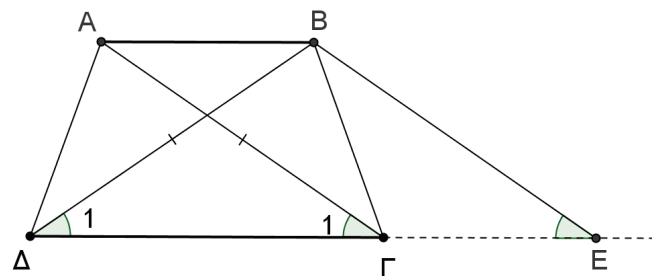
Για να είναι ισοσκελές αρκεί τα τρίγωνα ΑΔΓ και ΒΓΔ τα οποία έχουν ΔΓ κοινή και $AG=BD$, να είναι ίσα, οπότε θα είναι και $AD=BG$.

Αρκεί λοιπόν να αποδείξουμε ότι $\hat{\Gamma}_1 = \hat{\Delta}_1$.

Φέρνουμε γι' αυτό την $BE//AG$. Τότε $BE=AG$ κι επειδή $BD=AG$ έχουμε $BE=BD$, δηλαδή $\hat{E} = \hat{\Delta}_1$ **(1)**

(προσκειμένες στην βάση ισοσκελούς τριγώνου). Αλλά $\hat{E} = \hat{\Gamma}_1$ **(2)** ως εντός εκτός και επί τα αυτά των παραλλήλων ΓΕ και ΒΔ.

Από **(1)** και **(2)** προκύπτει ότι $\hat{\Gamma}_1 = \hat{\Delta}_1$.



Σημείωση: Οι αποδείξεις με προσαρμογή από το Σχολικό βιβλίο του 1992 (Αλιμπινίσης, Δημάκος, Εξαρχάκος Κοντογιάννης Τασσόπουλος)