

Συνάρτηση από ένα σύνολο A σε ένα σύνολο B λέγεται μια διαδικασία (κανόνας) με την οποία κάθε στοιχείο του συνόλου A αντιστοιχίζεται σε ένα ακριβώς στοιχείο του συνόλου B

- Το σύνολο A λέγεται **πεδίο ορισμού** ή **σύνολο ορισμού** της συνάρτησης.
- Το σύνολο που έχει για στοιχεία του τις τιμές $f(x)$ για όλα τα $x \in A$, λέγεται **σύνολο τιμών** της f και το συμβολίζουμε με $f(A)$.

Εκθετική συνάρτηση

Εστω a ένας **θετικός** αριθμός ($a > 0$). Ορίσαμε για κάθε $x \in \mathbb{R}$ τη δύναμη a^x . Επομένως αντιστοιχίζοντας κάθε $x \in \mathbb{R}$ στην δύναμη a^x ορίζουμε την συνάρτηση: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = a^x$

- Αν $a \neq 1$ τότε η συνάρτηση ονομάζεται **εκθετική με βάση a** .
- Αν $a = 1$ τότε έχουμε την σταθερή συνάρτηση $f(x) = 1$ (η γραφική παράσταση είναι ευθεία παράλληλη στον άξονα των x που διέρχεται από το σημείο $(0, 1)$).

Παραδείγματα

Πιο κάτω έχουμε **δύο** παραδείγματα εκθετικών συναρτήσεων και καλούμαστε αφού συμπληρώσουμε τα πινακάκια τιμών να σχεδιάσουμε πρόχειρα τις γραφικές παραστάσεις τους.

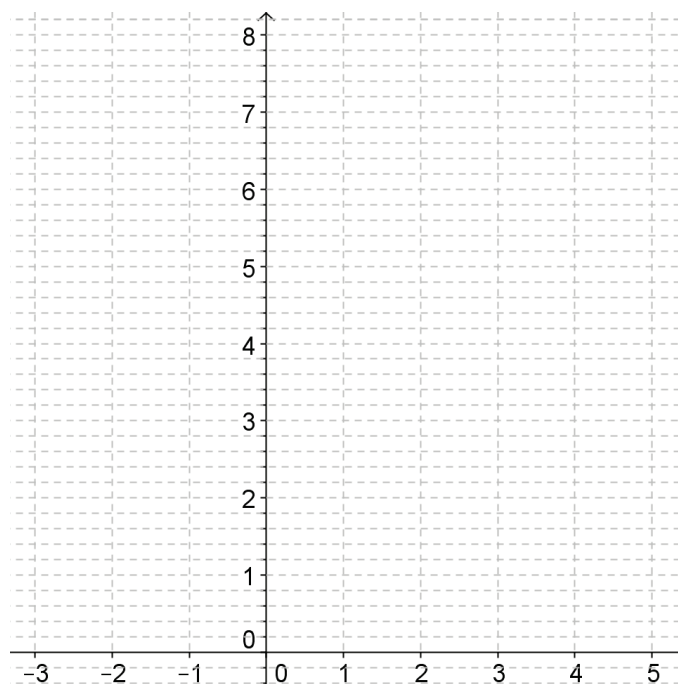
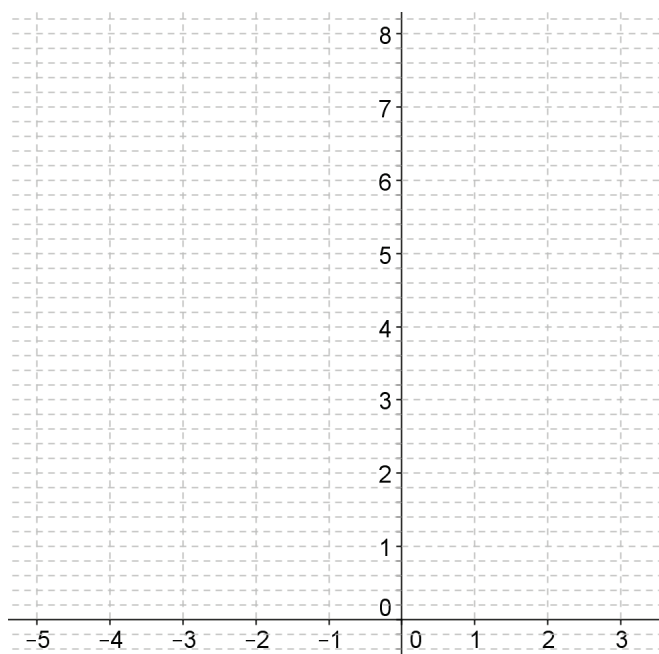
- Εστω η εκθετική συνάρτηση με βάση 2 δηλαδή η $f(x) = 2^x$

Για να σχεδιάσουμε την γραφική της παράσταση κατασκευάζουμε έναν πίνακα τιμών.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	1,5	2	2,5	3
$y = f(x) = 2^x$										

- Εστω η εκθετική συνάρτηση με βάση $\frac{1}{2}$ δηλαδή η $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	0	1	2	3	4
$y = g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3 = 8$									



ΓΕΝΙΚΑ

► Συμπληρώστε τα κενά: διάστημα-- \mathbb{R} -- αύξουσα-- $(0, +\infty)$ -- ημιάξονα-- \mathbb{R} -- < -- ασύμπτωτο-- \mathbb{R}

Η συνάρτηση

$$f(x) = a^x \quad \text{με} \quad a > 1$$

- Έχει πεδίο ορισμού το
- Έχει σύνολο τιμών το των θετικών πραγματικών αριθμών (η προβολή της γραφικής παράστασης στον άξονα $y'y$ - ή αλλιώς το σύνολο των τεταγμένων των σημείων της C_f)

• Είναι γνησίωςστο δηλαδή για κάθε $x_1, x_2 \in \dots$ ισχύει:

$$\text{αν } x_1 < x_2 \quad \text{τότε} \quad a^{x_1} \dots a^{x_2}$$

• Η γραφική της παράσταση τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $A(0,1)$ και έχει τον αρνητικό των x .

► Συμπληρώστε τα κενά: διάστημα-- \mathbb{R} -- φθίνουσα-- $(0, +\infty)$ -- θετικό-- \mathbb{R} -- ασύμπτωτο-- \mathbb{R} -- >

Η συνάρτηση

$$f(x) = a^x \quad \text{με} \quad 0 < a < 1$$

- Έχει πεδίο ορισμού το.....
- Έχει σύνολο τιμών το δι..... των θετικών πραγματικών αριθμών.
- Είναι γνησίωςστο δηλαδή για κάθε $x_1, x_2 \in \dots$ ισχύει:

$$\text{αν } x_1 < x_2 \quad \text{τότε} \quad a^{x_1} \dots a^{x_2}$$

• Η γραφική της παράσταση τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $A(0,1)$ και έχει τον ημιάξονα των x .

B1. α. Να βρείτε τις τιμές του $a \in \mathbb{R}$ για τις οποίες ορίζεται σε όλο το \mathbb{R} η συνάρτηση

$$f(x) = \left(\frac{2-a}{2a-1} \right)^x.$$

β. Για ποιές από αυτές τις τιμές η συνάρτηση είναι **i)** γνησίως φθίνουσα, **ii)** γνησίως αύξουσα

Λύση:

Η συνάρτηση ορίζεται σε όλο το \mathbb{R} αν μόνο αν είναι:

$$\frac{2-a}{2a-1} \dots$$