ΠΡΟΣΗΜΟ ΤΡΙΩΝΥΜΟΥ ΘΕΩΡΙΑ

Δ>0

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$\alpha x^2+\beta x+\gamma$		ομόσημο του α	**0**	ετερόσημο του α	**0**	ομόσημο του α	

Δ=0

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
$\alpha x^2+\beta x+\gamma$		ομόσημο του α	**0**	ομόσημο του α	

Δ<0

x	$-\infty$		$+\infty$
$\alpha x^2+\beta x+\gamma$		ομόσημο του α	

Αρα:

Το τριώνυμο $\alpha x^2+\beta x+\gamma$, $\alpha \neq 0$ γίνεται:

● **Ετερόσημο του α**, μόνο όταν είναι Δ>0 και για τις τιμές του x που βρίσκονται μεταξύ των ριζών.

Υπενθύμιση: Οταν Δ>0 οι ρίζες του τριωνύμου δίνονται από τον τύπο: $x_{1,2}=\dfrac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}$

● **Μηδέν** όταν η τιμή του x είναι κάποια από τις ρίζες του τριωνύμου.

● **Ομόσημο του α** σε κάθε άλλη περίπτωση.

Σημείωση: Να θυμάστε ότι η τάση είναι το τριώνυμο να είναι ομόσημο του α.Ακόμα κι όταν έχει δύο ρίζες στα μεγάλα διαστήματα δεξιά και αριστερά από τις ρίζες είναι ομόσημο του α.

Α3 Για τις διάφορες τιμές του $x \in \mathbb{R}$, να βρείτε το πρόσημο των τριωνύμων:

► $x^2 - 2x - 15$

• $\alpha = 1$, $\beta = -2$, $\gamma = -15$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 4 + 60 = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{2 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{2 \pm 8}{2}$$

$$x_1 = \frac{2-8}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \qquad x_2 = \frac{2+8}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

x	-∞		-3		5		+∞
x^2-2x-15		+	0	−	0	+	

► $4x^2-4x+1$ *<u>Υπόδειξη</u>: Ο πιο εύκολος τρόπος είναι με χρήση της ταυτότητας* $(\alpha-\beta)^2=\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2$ *δηλαδή* $4x^2-4x+1=(2x-1)^2\geq 0$.Η ισότητα ισχύει για $2x-1=0$ Αν δεν προσέξουμε ότι μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την ταυτότητα.

- $\alpha=4$, $\beta=-4$, $\gamma=1$

$$\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma=(-4)^2-4\cdot 4\cdot 1=16-16=0$$

$$x_0=\frac{-\beta}{2\alpha}=\frac{-(-4)}{2\cdot 4}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$$

x	-∞		$\frac{1}{2}$		+∞
$4x^2-4x+1$		+	**0**	+	

► $x^2-4x+13$

- $\alpha=1$, $\beta=-4$, $\gamma=13$

$$\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma=(-4)^2-4\cdot 1\cdot 13=16-52=-36<0$$

Αρα το τριώνυμο δεν έχει ρίζες και σύμφωνα με την θεωρία είναι για κάθε $x\in\mathbb{R}$ ομόσημο του α=1>0

x	-∞		+∞
$x^2-4x+13$		+	

A4 Για τις διάφορες τιμές του $x \in \mathbb{R}$, να βρείτε το πρόσημο των τριωνύμων

▶ $-x^2+4x-3$

● $\alpha=-1$, $\beta=4$, $\gamma=-3$

$\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma=4^2-4\cdot(-1)\cdot(-3)=16-12=4$

$x_{1,2}=\dfrac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}=\dfrac{-4\pm\sqrt{4}}{2(-1)}=\dfrac{-4\pm 2}{-2}$

$x_1=\dfrac{-4+2}{-2}=\dfrac{-2}{-2}=1$ $\qquad$ $x_2\dfrac{-4-2}{-2}=\dfrac{-6}{-2}=3$

x	-∞		1		3		+∞
$-x^2+4x-3$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Με την βοήθεια του πιο πάνω πίνακα να λύσετε τις ανισώσεις:

$-x^2+4x-3<0$	$x\in$ ……
$-x^2+4x-3\le 0$	$x\in$ ……
$-x^2+4x-3>0$	$x\in$ ……
$-x^2+4x-3\ge 0$	$x\in$ ……

▶ $-9x^2+6x-1$ *<u>Υπόδειξη</u>: Ο πιο εύκολος τρόπος είναι με χρήση της ταυτότητας* $(\alpha-\beta)^2=\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2$

● α=.... , β=..... γ=.........Δ=β^2-4αγ=

x	-∞	+∞
$-9x^2+6x-1$		

► $-x^2+2x-2$

● α=.... , β=..... γ=.........Δ=β^2-4αγ=

x	-∞ +∞
$-x^2+2x-2$	

Αθανασίου Δημήτρης asepfreedom@yahoo.gr