►**ΘΕΜΑ 1.**Πως λύνουμε τις ανισώσεις της μορφής $\frac{\mathrm{A}(x)}{\mathrm{B}(x)}>0$ ή $\frac{\mathrm{A}(x)}{\mathrm{B}(x)}\geq 0$;

Απάντηση:

- $\frac{\mathrm{A}(x)}{\mathrm{B}(x)}>0 \Leftrightarrow \mathrm{A}(x)\mathrm{B}(x)>0$
- $\frac{\mathrm{A}(x)}{\mathrm{B}(x)}\geq 0 \Leftrightarrow \left.\begin{matrix}\mathrm{A}(x)\mathrm{B}(x)\geq 0\\ \mathrm{B}(x)\neq 0\end{matrix}\right\}$

ΠΡΟΣΟΧΗ!!!!! Δεν κάνουμε «χιαστί»

- $\frac{x-2}{x+1}>0 \Leftrightarrow (x-2)(x+1)>0$

$x-2=0 \Leftrightarrow x=2$

$x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$

Ο συντελεστής του x στην πρώτη παρένθεση είναι 1 καθώς και ο συντελεστής του x στην δεύτερη παρένθεση. Αρα αν εκτελούσαμε τον πολλαπλασιασμό ο συντελεστής του x^2 θα ήταν $\alpha=1\cdot 1=1>0$

Το $(x-2)(x+1)$ είναι παραγοντοποιημένο τριώνυμο με ρίζες -1 και 2 και συντελεστή του x^2 : α=1>0

Αναζητούμε τα x για τα οποία γίνεται θετικό δηλαδή ομόσημο του α και από την Α Λυκείου γνωρίζουμε ότι αυτό συμβαίνει για τα x εκτός των ριζών.Επομένως

$(x-2)(x+1)>0 \Leftrightarrow x\in(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

- $\frac{x-2}{x+1}\geq 0 \Leftrightarrow \left.\begin{matrix}(x-2)(x+1)\geq 0\\ x+1\neq 0\end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{matrix}x\in(-\infty,-1]\cup[2,+\infty)\\ x\neq -1\end{matrix}\right\} \Leftrightarrow x\in(-\infty,-1)\cup[2,+\infty)$

Σημείωση 1: Παρατηρείστε ότι σε σχέση με την προηγούμενη άσκηση η διαφορά είναι ότι αντί >0 έχουμε ≥ 0. Περιλαμβάνουμε αρχικά στις λύσεις και τις ρίζες, αλλά απορρίπτουμε την -1 που μηδενίζει τον παρονομαστή.

Σημείωση 2: Ισως κάποιος αναρωτηθεί γιατί δεν κάνουμε περιορισμούς και στην προηγούμενη άσκηση αφού έχουμε παρονομαστή.Αυτό οφείλεται στο ότι επειδή έχουμε γνήσια ανισότητα (> ή <) αποκλείεται να βρούμε ως ρίζα την τιμή που μηδενίζει τον παρονομαστή ώστε να χρειαστεί να την εξαιρέσουμε.

► **ΘΕΜΑ 2**[1] Πως λύνουμε τις ανισώσεις της μορφής $\frac{A(x)}{B(x)} > \Gamma(x)$ ή $\frac{A(x)}{B(x)} \geq \Gamma(x)$;

Απάντηση:

- $\frac{A(x)}{B(x)} > \Gamma(x) \Leftrightarrow \frac{A(x)}{B(x)} - \Gamma(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{A(x) - B(x)\cdot\Gamma(x)}{B(x)} > 0$ η οποία λύνεται όπως περιγράφεται στο Θέμα 1
- $\frac{A(x)}{B(x)} \geq \Gamma(x) \Leftrightarrow \frac{A(x)}{B(x)} - \Gamma(x) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{A(x) - B(x)\cdot\Gamma(x)}{B(x)} \geq 0$ η οποία λύνεται όπως περιγράφεται στο Θέμα 1

ΠΡΟΣΟΧΗ!!!!! Δεν κάνουμε «χιαστί»

Α5. ***ii) Απάντηση*:** $x \leq -2$ ή $x > -\frac{5}{3}$

ii) $\frac{x-2}{3x+5} \leq 4 \Leftrightarrow \frac{x-2}{3x+5} - 4 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x-2}{3x+5} - \frac{4(3x+5)}{3x+5} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x-2-12x-20}{3x+5} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-11x-22}{3x+5} \leq 0$

$$\Leftrightarrow \frac{-11(x+2)}{3x+5} \leq 0 \overset{\substack{\text{διαίρεσα με το -11 και} \\ \text{άλλαξε η φορά της ανίσωσης}}}{\Leftrightarrow} \frac{x+2}{3x+5} \geq 0 \Leftrightarrow \left.\begin{matrix} (x+2)(3x+5) \geq 0 \\ 3x+5 \neq 0 \end{matrix}\right\}$$

$x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$

$3x+5=0 \Leftrightarrow 3x=-5 \Leftrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{-5}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{5}{3}$

Ο συντελεστής του x στην πρώτη παρένθεση είναι 1 και ο συντελεστής του x στην δεύτερη παρένθεση 3.
Αρα αν εκτελούσαμε τον πολλαπλασιασμό ο συντελεστής του x^2 θα ήταν $\alpha = 1\cdot 3 = 3 > 0$

Το $(x+2)(3x+5)$ είναι παραγοντοποιημένο τριώνυμο με ρίζες -2 και $-\frac{5}{3}$ και συντελεστή του x^2 : α=3>0

Αναζητούμε τα x για τα οποία γίνεται θετικό δηλαδή **<u>ομόσημο του α</u>** και *από την Α Λυκείου* γνωρίζουμε ότι αυτό συμβαίνει για τα x εκτός των ριζών **ή** να γίνεται 0 που συμβαίνει για τις δύο ρίζες.Επομένως δεδομένου ότι

$-2 < -\frac{5}{3}$: $(x+2)(3x+5) \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -2] \cup \left[-\frac{5}{3}, +\infty\right)$

Αρα τελικά:

$$\left.\begin{matrix} (x+2)(3x+5) \geq 0 \\ 3x+5 \neq 0 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{matrix} x \in (-\infty, -2] \cup \left[-\frac{5}{3}, +\infty\right) \\ x \neq -\frac{5}{3} \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow x \in (-\infty, -2] \cup \left(-\frac{5}{3}, +\infty\right)$$

---

[1] Τα δύο θέματα από το βιβλίο του Γιώργου Μπαραλού Α Λυκείου ΑΛΓΕΒΡΑ εκδόσεις Παπαδημητροπούλου.

***iv) Απάντηση*:** $x \in \left(1, \frac{5}{3}\right) \cup [2, 5]$

iv) $\frac{x}{3x-5} \le \frac{2}{x-1} \Leftrightarrow ....$

x	-∞ +∞
P(x)	

►Να λυθεί η ανίσωση (εμπνευσμένη από την Α6) $\frac{x(2x-1)(x-5)}{(2x-1)(x-5)} \ge 0$

(Μπορείτε να απλοποιείτε ένα κλάσμα αλλά πρέπει προηγουμένως να κάνετε περιορισμούς (αν έχουμε ≥ ή ≤)τους οποίους και πρέπει στο τέλος να λάβετε υπόψην στον καθορισμό του συνόλου των λύσεων.(δεν θα συμπεριλάβουμε ως λύσεις τιμές του x που ανήκουν στους περιορισμούς)

i) *Απάντηση*: $1 < x < \frac{7}{2}$

i) $\frac{2x+3}{x-1} > 4 \Leftrightarrow ....$

***iii) Απάντηση*:** $x \in (-\infty, -3] \cup (1, 4]$

iii) $\frac{x^2-3x-10}{x-1} + 2 \le 0 \Leftrightarrow ....$

x	-∞ +∞
P(x)	

$\frac{x^2-x-2}{x^2+x-2} \le 0 \Leftrightarrow ....$

x	-∞ +∞
x^2-x-2	
x^2+x-2	
P(x)	