

Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΛΟΓΑΡΙΘΜΟΥ (version 8-4-16)

Λογάριθμος ενός αριθμού θ ως προς **βάση** a (συμβολίζουμε με $\log_a \theta$) είναι ο εκθέτης στον οποίο πρέπει να υψώσουμε τον a για να βρούμε τον θ .

Ωστε: $\alpha^x = \theta \Leftrightarrow \log_\alpha \theta = x$ Πρέπει $a > 0$ και θεωρούμε επιπλέον ότι $a \neq 1$

SOS : Επειδή $\theta = \alpha^x > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ μιλάμε πάντα για λογάριθμο θετικού αριθμού.

• Για παράδειγμα:

$$2^3 = 8 \text{ επομένως } \log_2 8 = 3$$

Συμπληρώστε:

$$2^4 = 16 \text{ επομένως } \log_2 16 = \dots\dots$$

$$2^5 = 32 \text{ επομένως } \log_{\dots\dots} 32 = \dots\dots$$

$$2^6 = 64 \text{ επομένως } \log_{\dots\dots} \dots\dots = \dots\dots$$

$$4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2 \text{ επομένως } \log_4 2 = \dots\dots$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1.000} = 0,001 \text{ επομένως } \log_{10} 0,001 = \dots\dots$$

$$0,5^2 = 0,25 \text{ επομένως } \log_{0,5} \dots\dots\dots = \dots\dots$$

A1. Να υπολογιστούν χωρίς την χρήση υπολογιστή τσέπης οι λογάριθμοι:

i) $\log_{10} 0,001 =$

(Απάντηση: $x = -3$)

Λύση: Αν θέσουμε $\log_{10} 0,001 = x$ τότε έχουμε:

$$\log_{10} 0,001 = x \Leftrightarrow 10^x = 0,001 \Leftrightarrow \dots$$

ii) $\log_{\frac{1}{10}} \sqrt{10}$

(Απάντηση: $x = -\frac{1}{2}$)

Λύση: Αν θέσουμε...

iii) $\log_{\frac{1}{2}} 32$ (επιβεβαιώστε με το κομπιουτεράκι)

(Απάντηση: $x = -5$)

Λύση: Αν θέσουμε...

iv) $\log_9 \frac{\sqrt{27}}{3}$

(Απάντηση: $x = \frac{1}{4}$)

Λύση: Αν θέσουμε...

$$v) \log_{\sqrt{2}} 16 = \dots$$

(Απάντηση $x = 8$)

Λύση: Αν θέσουμε...

$$vi) \log_{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{8}{27}} = \dots$$

(Απάντηση: $x = -\frac{3}{2}$)

Λύση: Αν θέσουμε...

A2. Για ποιά τιμή του x ισχύει:

$$i) \log_{10} x = 3$$

(Απάντηση: $x=1.000$)

$$ii) \log_4 x = -\frac{1}{2}$$

(Απάντηση: $x = \frac{1}{2}$)

$$iii) \log_{\sqrt{2}} x = \frac{2}{3}$$

(Απάντηση: $x = \sqrt[3]{2}$)

A3. Για ποιά τιμή του α ισχύει:

$$i) \log_{\alpha} 16 = 4$$

(Απάντηση: $\alpha = \sqrt[4]{16}$)

$$ii) \log_{\alpha} 8 = \frac{3}{2}$$

(Απάντηση: $\alpha = 4$)

$$iii) \log_{\alpha} 0,1 = -3$$

(Απάντηση: $\alpha = \sqrt[3]{10}$)

