Ονομα:

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΛΟΓΑΡΙΘΜΩΝ

ΠΡΟΣΟΧΗ! Για όλες τις ιδιότητες να μπορείται να μεταβαίνεται και από το 1° στο 2° μέλος και από το 2° στο 1°.

α) $\cancel{\log_\alpha} \cancel{\alpha}^x = x$ **β)** $\cancel{\alpha}^{\cancel{\log_\alpha} x} = x$

γ) $\log_\alpha \alpha = \left(\log_\alpha \alpha^1\right) = 1$ **δ)** $\log_\alpha 1 = \left(\log_\alpha \alpha^0\right) = 0$

► Αν α>0 με $\alpha \neq 1$ τότε για οποιαδήποτε θ_1 , $\theta_2 > 0$ και $\kappa \in \mathbb{R}$ ισχύουν:

Εστω $\theta_1 = \alpha^{x_1} \Leftrightarrow x_1 = \log_\alpha \theta_1$ και $\theta_2 = \alpha^{x_2} \Leftrightarrow x_2 = \log_\alpha \theta_2$. Τότε:

1. $\underline{\log_\alpha(\theta_1 \cdot \theta_2)} = \log_\alpha\left(\alpha^{x_1} \cdot \alpha^{x_2}\right) \overset{\text{Ιδιότητα δυνάμεων}}{=} \log_\alpha\left(\alpha^{x_1+x_2}\right) = x_1 + x_2 = \underline{\log_\alpha \theta_1 + \log_\alpha \theta_2}$

2. $\underline{\log_\alpha\left(\dfrac{\theta_1}{\theta_2}\right)} = \log_\alpha\left(\dfrac{\alpha^{x_1}}{\alpha^{x_2}}\right) \overset{\text{Ιδιότητα δυνάμεων}}{=} \log_\alpha\left(\alpha^{x_1-x_2}\right) = x_1 - x_2 = \underline{\log_\alpha \theta_1 - \log_\alpha \theta_2}$

3. $\underline{\log_\alpha\left(\theta_1^\kappa\right)} = \log_\alpha\left(\alpha^{x_1}\right)^\kappa \overset{\text{Ιδιότητα δυνάμεων}}{=} \log_\alpha\left(\alpha^{\kappa \cdot x_1}\right) = \kappa \cdot x_1 = \underline{\kappa \cdot \log_\alpha \theta_1}$

4. $\underline{\log_\alpha\left(\sqrt[\nu]{\theta_1}\right)} = \log_\alpha\left(\theta_1^{\frac{1}{\nu}}\right) \overset{\text{Ιδιότητα 3}}{=} \underline{\dfrac{1}{\nu} \cdot \log_\alpha \theta_1}$

Α4. Να αποδείξετε ότι:

i) $\log_2 3 + 2\log_2 4 - \log_2 12 = 2$

Λύση

ii) $3\log_{10} 2 + \log_{10} 5 - \log_{10} 4 = 1$

Λύση

iii) $\frac{1}{2}\log_{10}25+\frac{1}{3}\log_{10}8-\frac{1}{5}\log_{10}32=1-\log_{10}2$

Λύση

iv) $2^{\log_2 6-2\log_2\sqrt{3}}=2$

Λύση

v) $2\log_2\left(2+\sqrt{2}\right)+\log_2\left(6-4\sqrt{2}\right)=2$

Λύση:

B1 Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων: (*Υπόδειξη*: Από τον ορισμό του λογαρίθμου προκύπτει ότι: $\alpha^{\log_\alpha\theta}=\theta$)

i) $4^{1-\frac{1}{2}\log_2 3}=$ *(Απ:* $\frac{4}{3}$*)*

ii) $9^{\frac{1}{2}\log_3 18-1}=$ *(Απ:* 2*)*

B3. Μιας αριθμητικής προόδου ο πρώτος όρος είναι ίσος με $\log 2$ και ο δεύτερος ίσος με $\log 8$. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα Σ_ν των πρώτων ν όρων της δίνεται από τον τύπο.

$$\Sigma_\nu=\nu^2\cdot\log 2$$

Υπενθύμιση: Αθροισμα των πρώτων ν όρων αριθμητικής προόδου: $\Sigma_\nu=\frac{\nu}{2}(\alpha_1+\alpha_\nu)=\frac{\nu}{2}\left[2\alpha_1+(\nu-1)\omega\right]$