

Να λυθεί η εξίσωση: (Παράδειγμα σχολικού) $x^2 + \frac{2}{2x-1} - \frac{1}{2x^2-x} = 0$ (Απ: $x = -1$)

Λύση:

1ο βήμα: Παραγοντοποιώ τους παρονομαστές (αν παραγοντοποιούνται)

- $2x^2 - x = \dots\dots\dots$. Άρα η εξίσωση γράφεται ισοδύναμα: $x^2 + \frac{2}{2x-1} - \frac{1}{\dots\dots\dots} = 0$

2^ο βήμα Βρίσκω το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (ΕΚΠ) των παρονομαστών παίρνοντας όλους τους διαφορετικούς παράγοντες που εμφανίζονται στον **μεγαλύτερο** εκθέτη που εμφανίζονται.

Για παράδειγμα αν σε έναν παρονομαστή υπάρχει παράγοντας το x και σε έναν άλλο το x^2 παίρνουμε το x^2 . (προσοχή! δεν παίρνουμε το $x \cdot x^2$)

- ΕΚΠ=.....

3^ο βήμα: Κάνω τους περιορισμούς, απαιτώντας όλοι οι διαφορετικοί παράγοντες που εμφανίζονται στους παρονομαστές να είναι διαφορετικοί από το 0.

- Η εξίσωση ορίζεται για κάθε $x \in \mathbb{R}$ με $x \neq \dots\dots\dots$ και $2x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \dots\dots\dots$

4^ο βήμα: Γράφω την τυποποιημένη φράση «Με αυτούς τους περιορισμούς έχουμε:»

Η φράση αυτή μας καλύπτει ώστε να γράψουμε το σύμβολο της ισοδυναμίας μεταξύ της μορφής της εξίσωσης με παρονομαστές και αυτής όπου έχουμε κάνει απαλοιφή παρονομαστών.

5^ο βήμα : Πολλαπλασιάζουμε κάθε όρο της εξίσωσης με το ΕΚΠ των παρονομαστών και κάνουμε απλοποιήσεις ώστε να πετύχουμε απαλοιφή των παρονομαστών.

6^ο βήμα: Κάνουμε επιμεριστική ιδιότητα και αναγωγή ομοίων όρων, και φέρνουμε όλους τους παράγοντες στο 1^ο μέλος οπότε καταλήγουμε σε πολυωνυμική εξίσωση που λύνουμε κατά τα γνωστά.

7^ο βήμα: Ελέγχουμε αν κάποια από τις ρίζες που βρήκαμε απορρίπτεται λόγω των περιορισμών

- Με αυτούς τους περιορισμούς έχουμε:

$$x^2 + \frac{2}{2x-1} - \frac{1}{x(2x-1)} = 0 \Leftrightarrow$$

A1 i) Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{3x^2-1}{x-1} - \frac{2}{x^2-x} = \frac{x^2-3x+2}{x}$

(Απ: $x = -3$)

Λύση:

$x^2 - x = \dots$ Άρα η εξίσωση γίνεται:

- Η εξίσωση ορίζεται για κάθε $x \in \mathbb{R}$ με $x \neq \dots$ και $x \neq \dots$

Με αυτούς

$$\frac{3x^2-1}{x-1} - \frac{2}{x(x-1)} = \frac{x^2-3x+2}{x} \Leftrightarrow$$

A1 ii) Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{x^2}{x-1} - \frac{2}{x+1} = \frac{4}{x^2-1}$

(Απ: $x = -\sqrt{2}$ ή $x = \sqrt{2}$)

Λύση:

$x^2 - 1 = \dots$ Άρα η εξίσωση γίνεται:

- Η εξίσωση ορίζεται για κάθε $x \in \mathbb{R}$ με $x \neq \dots$ και $x \neq \dots$

Με αυτούς

$$\frac{x^2}{x-1} - \frac{2}{x+1} = \frac{4}{(x-1)(x-1)} \Leftrightarrow$$