2ο ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΣΤΟ 4.1.

Αριθμητική τιμή πολυωνύμου

Συμπληρώστε με: **τιμή-- ρίζα—αριμητική τιμή ---ρίζα**

Έστω ένα πολυώνυμο $P(x)=\alpha_\nu x^\nu + \alpha_{\nu-1}x^{\nu-1} \ldots + \alpha_1 x + \alpha_0$.

Αν αντικαταστήσουμε το x με ένα ορισμένο πραγματικό αριθμό ρ, τότε ο πραγματικός αριθμός

$P(\quad)=\alpha_\nu \quad ^\nu + \alpha_{\nu-1} \quad ^{\nu-1} \ldots + \alpha_1 \quad + \alpha_0$ που προκύπτει λέγεται **.................................** ή απλά**.................**

του πολυωνύμου για x = ρ.

► Αν είναι **P(ρ) = 0**, τότε ο ρ λέγεται **...........**του πολυωνύμου.

● Για παράδειγμα, η τιμή του πολυωνύμου $P(x) = -x^3 + 2x^2+4x + 1$,

• για x = 1 είναι P( ) = , ενώ

• για x = -1 είναι P( ) =

, που σημαίνει ότι ο -1 είναι .... του πολυώνυμου P(x).

Είναι φανερό ότι:

- Το σταθερό πολυώνυμο c έχει τιμή c για όλες τις τιμές του x και
- Τα ίσα πολυώνυμα έχουν ίσες τιμές για όλες τις τιμές του x *(∗)*

Α6. Να βρείτε για ποιες τιμές του k ∈ R, το 2 είναι ρίζα του πολυωνύμου

$P(x) = x^3 - kx^2 + 5x + k$. *(Απ: k=6)*

Α7. Για ποιές τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$, η τιμή του πολυωνύμου $P(x) = 5x^2 +3\alpha x + \alpha^2 -2$ για $x = -1$ είναι ίση με 1. *(Απ: α=1 ή α=2)*

Β2. *Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α, β για τους οποίους το πολυώνυμο*

$P(x) = 3x^3 + \alpha x^2 + \beta x -6$ έχει ρίζες το -2 και το 3. *(Απ: α=−2 και β=−19)*

Πράξεις με πολυώνυμα

Μπορούμε να προσθέσουμε, να αφαιρέσουμε, ή να πολλαπλασιάσουμε πολυώνυμα, χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των πραγματικών αριθμών, όπως φαίνεται στα επόμενα παραδείγματα:

1. **i)** $(x^3 + 2x^2 - 5x + 7) + (4x^3 - 5x^2 + 3)$

= *(αντιμεταθετική ιδιότητα)*

= *(επιμεριστική ιδιότητα)*

= [Πολυώνυμο....... βαθμού]

ii) $(2x^3 - x^2 + 1) + (-2x^3 + 2x - 3)$

= [Πολυώνυμο .... βαθμού]

iii) $(x^3 - 3x^2 - 1) + (-x^3 + 3x^2 + 1)$ =

[.......................... πολυώνυμο]

2. $(x^3 + 2x^2 - 5x + 7) - (4x^3 - 5x^2 + 3)$

=

[Πολυώνυμο.......βαθμού]

3. $(x^2 + 5x)(2x^3 + 3x - 1)$ βαθμού .....* βαθμού ....

=

=

= [Πολυώνυμο ….. ου βαθμού]

Για το βαθμό του αθροίσματος και του γινομένου δυο πολυωνύμων αποδεικνύεται ότι:

● Αν το άθροισμα δυο <u>μη μηδενικών</u>* πολυωνύμων είναι <u>μη μηδενικό</u>* πολυώνυμο, τότε ο βαθμός του αθροίσματος είναι ίσος ή μικρότερος από το μέγιστο των βαθμών των δυο πολυωνύμων.

● Ο βαθμός του γινομένου δυο <u>μη μηδενικών</u> πολυωνύμων είναι ίσος με το άθροισμα των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.

* Υπενθυμίζουμε ότι για το μηδενικό πολυώνυμο δεν ορίζεται βαθμός.

Β5. Να βρείτε πολυώνυμο P(x), για το οποίο ισχύει $(2x + 1)P(x) = 2x^3 - 9x^2 - 3x + 1$.

<u>Σημείωση:</u> Λύνεται πιο εύκολα με διαίρεση πολυωνύμων (4.2)