

### 3<sup>ο</sup> φυλλάδιο Εξισώσεις με ριζικά

**Σημείωση:** Δίνεται η εξίσωση  $x = 2$ . Έχει μια λύση την  $x = 2$ . Αν υψώσω και τα δύο μέλη στο τετράγωνο παίρνω  $x^2 = 2^2 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x = 2$  ή  $x = -2$

Παρατηρούμε λοιπόν ότι υψώνοντας στο τετράγωνο μια εξίσωση δεν παίρνουμε πάντα ισοδύναμη εξίσωση (δηλαδή εξίσωση που να έχει τις ίδιες λύσεις με την αρχική).

♦ Να λυθούν οι εξισώσεις

$$\sqrt{x} = x - 2 \quad (\text{Απ: } 4)$$

$$\sqrt{2x+7} - x = 2 \quad (\text{Απ: } 1)$$

$$\sqrt{2x+6} - \sqrt{x+4} = 1 \quad (\text{Απ: } 5)$$

**Λύση:**

• Η εξίσωση ορίζεται για  $x \geq \dots$ . Για αυτά τα  $x$  διαδοχικά έχουμε:

$$\sqrt{x} = x - 2 \quad (\text{Το ριζικό είναι ήδη απομονωμένο})$$

$$(\sqrt{x})^2 = (x - 2)^2 \quad (\text{υψώνουμε στο τετράγωνο})$$

• Η εξίσωση ορίζεται για  $2x + 7 \geq \dots \Leftrightarrow x \geq \dots$ . Για αυτά τα  $x$  ..... έχουμε:

..... (απομονώνουμε το ριζικό)

..... (υψώνουμε στο τετράγωνο)

εδώ είναι που δεν έχουμε ισοδυναμία και παρειασφραίνει μια ρίζα (η 4) που στο τέλος απορρίπτουμε

- Η εξίσωση ορίζεται για:

Γι αυτά τα  $x$  διαδοχικά έχουμε:

.....(απομονώνουμε το ριζικό) // ..... (υψώνουμε στο τετράγωνο)  
 ..... // ..... (απομονώνουμε το ριζικό)  
 ..... (υψώνουμε στο τετράγωνο)

εδώ είναι που δεν έχουμε ισοδυναμία και παραισφραίνει μια ρίζα (η -3) που στο τέλος απορρίπτουμε

## ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ

**1 βήμα:** Κάνουμε τους περιορισμούς. Εδώ μπορεί να μην έχουμε παρονομαστές αλλά έχουμε ρίζα οπότε απαιτούμε η υπόριζη παράσταση να είναι  $\geq 0$ .

- Η εξίσωση ορίζεται για .....

**2 βήμα:** Γράφουμε την φράση « Γι αυτά τα  $x$  διαδοχικά έχουμε:»

**Προσοχή!!!** Παρατηρείστε ότι το σχολικό δεν συνδέει τα βήματα λύσης της εξίσωσης με το σύμβολο της ισοδυναμίας  $\Leftrightarrow$ .

**3 βήμα:** Φροντίζουμε ώστε το ριζικό να βρίσκεται μόνο του σε κάποιο μέλος («απομονώνουμε» το ριζικό)

**4 βήμα:** Υψώνουμε και τα δύο μέλη στο τετράγωνο ώστε να απαλλαγούμε από την ρίζα.

Σημείωση: Αν έχουμε δύο ριζικά απομονώνουμε το ένα και υψώνουμε στο τετράγωνο.Ετσι όμως ίσως παραμείνει κάποιο ριζικό που θα χρειαστεί να απομονώσουμε και να ξανα-υψώσουμε στο τετράγωνο.

**5 βήμα:** Λύνουμε την πολυωνυμική εξίσωση που προκύπτει.

**6 βήμα:** Απορρίπτουμε τις ρίζες που δεν ικανοποιούν τους αρχικούς περιορισμούς.

**7 βήμα: (SOS)** Βάζουμε τις ρίζες που βρήκαμε στην αρχική εξίσωση και ελέγχουμε αν την επαληθεύουν δηλαδή αν παίρνουμε αληθή ισότητα.Οσες δεν την επαληθεύουν τις απορρίπτουμε.Αυτό το κάνουμε γιατί υψώνοντας στο τετράγωνο ίσως «προσθέσαμε» επιπλέον ρίζες που δεν είναι ρίζες της αρχικής εξίσωσης.