4.1 1^{o} φυλλάδιο

Μονώνυμα

● Οι παραστάσεις $2x^3$, $-\frac{3}{4}x^5$, $0x^4$, 2x καθώς και οι αριθμοί 2, -3, 0 είναι μονώνυμα του x.

Ο εκθέτης του x πρέπει να είναι θετικός ακέραιος συνεπώς οι παραστάσεις $2x^{-3}$, $\frac{1}{x}$, $2x^{\frac{1}{2}}$, $-3x^{-\frac{2}{3}}$

<u>δεν</u> είναι μονώνυμα.

● Στα μαθηματικά, όταν θέλω να μιλήσω γενικά αντί για συγκεκριμένους αριθμούς χρησιμοποιώ γράμματα.Ετσι με την εμπειρία των συγκεκριμένων παραδειγμάτων προχωράμε στον ορισμό του μονωνύμου.

Έστω x μια **μεταβλητή** που μπορεί να πάρει οποιαδήποτε πραγματική τιμή.

● Καλούμε **μονώνυμο του x** κάθε παράσταση της μορφής $αx^ν$, όπου α είναι ένας <u>πραγματικός</u> αριθμός και **ν** ένας <u>θετικός ακέραιος</u> δηλαδή $ν \in \{1,\ 2,\ 3....\}$. Ο α λέγεται **συντελεστής** του μονωνύμου.

• Μονώνυμο του x καλούμε επίσης και κάθε πραγματικό αριθμό.

Η έννοια του πολυωνύμου

Οι παραστάσεις $3x^3 + 2x^2 - x + 2$, $0x^2 - 5x + 1$, $5x^3 - \frac{2}{3}x^2 + 0x + \frac{1}{3}$ και οι αριθμοί 2, 0 κτλ. είναι πολυώνυμα του x.

● Καλούμε **πολυώνυμο του x** κάθε παράσταση της μορφής:

$$α_ν x^ν + α_{ν-1}x^{ν-1} + \ldots + α_1 x + α_0,$$

όπου ν είναι ένας <u>φυσικός</u> αριθμός και $α_0, α_1, \ldots, α_ν$ είναι <u>πραγματικοί</u> αριθμοί.

• Δηλαδή μπορούμε να πούμε ότι το πολυώνυμο είναι ένα άθροισμα μονωνύμων.

• Προφανώς κάθε μονώνυμο μπορεί να θεωρηθεί πολυώνυμο.

• Οπως και στα μονώνυμα η εκθέτης του x δεν μπορεί να είναι αρνητικός ακέραιος ή κλάσμα.

<u>Συμβολισμός πολυωνύμων</u>

Τα πολυώνυμα τα συμβολίζουμε συνήθως με P(x), Q(x), κτλ.

A1. *(σ.131)* Ποιές από τις παρακάτω παραστάσεις είναι πολυώνυμα του x:

i) $1 - x^3$ ii) $α^3 - 3α^2x + 3αx^2 - x^3$

iii) $x + \frac{1}{x}$ iv) $x^4 - x^{\frac{1}{3}} + 4x - 1$

► Εστω το πολυώνυμο: $\alpha_\nu x^\nu + \alpha_{\nu-1}x^{\nu-1} + \alpha_{\nu-2}x^{\nu-2} + ... + \alpha_1 x + \alpha_0$

Οροι πολυωνύμου- Συντελεστές πολυωνύμου

Τα μονώνυμα $\alpha_\nu x^\nu$, $\alpha_{\nu-1}x^{\nu-1}$, …, $\alpha_1 x$, α_0 λέγονται **όροι** του πολυωνύμου και οι αριθμοί α_ν, $\alpha_{\nu-1}$, …, α_1, α_0 **συντελεστές** αυτού.

Ειδικότερα ο α_0 λέγεται **σταθερός όρος** του πολυωνύμου.

Σταθερά πολυώνυμα

Τα πολυώνυμα της μορφής α_0, δηλαδή οι πραγματικοί αριθμοί, λέγονται **σταθερά πολυώνυμα.**

Μηδενικό πολυώνυμο

Ειδικά το σταθερό πολυώνυμο 0 λέγεται **μηδενικό πολυώνυμο.**

Α3. Να βρείτε για ποιες τιμές του μ ∈ R, το πολυώνυμο $\mathrm{P}(x) = (4\mu^3 - \mu)x^3 + 4\left(\mu^2 - \frac{1}{4}\right)x - 2\mu + 1$ είναι το μηδενικό πολυώνυμο. *(Απ: $\mu = \frac{1}{2}$)*

Ισότητα πολυωνύμων

Δύο πολυώνυμα P(x) και Q(x) θα λέμε ότι είναι **ίσα**, όταν και μόνο όταν, οι συντελεστές των ίσων δυνάμεων του x είναι ίσοι.

Δηλαδή, αν α_k είναι οι συντελεστές του ενός πολυωνύμου και β_k οι συντελεστές του άλλου πολυωνύμου, όπου $k \in \mathbb{N} = \{0,\ 1,\ 2, ...\}$, θα έχουμε :

$P(x) = Q(x) \Leftrightarrow \alpha_k = \beta_k$ για κάθε $k \in \mathbb{N} = \{0,\ 1,\ 2, ...\}$

● Τα πολυώνυμα $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$ και $2x + 3$ είναι ίσα **αν και μόνο αν** γ = ..., β = ... και α = ...

Α4. Να βρείτε για ποιές τιμές του α ∈ R, τα πολυώνυμα $P(x) = (\alpha^2 - 3\alpha)x^3 + x^2 + \alpha$ και $Q(x) = -2x^3 + \alpha^2 x^2 + (\alpha^3 - 1)x + 1$ είναι ίσα. *(Απ: α=1)*

Βαθμός πολυωνύμου

Βαθμός ενός ακέραιου μη μηδενικού πολυωνύμου ονομάζεται ο μεγαλύτερος εκθέτης της μεταβλητής x, της οποίας ο συντελεστής είναι διάφορος του μηδενός.

● Τα σταθερά πολυώνυμα $P(x) = \alpha_0$, όπου $\alpha_0 \neq 0$, είναι πολυώνυμα με βαθμό 0.

● Για το μηδενικό πολυώνυμο P(x)=0 δεν ορίζεται βαθμός.

$\mathrm{P}(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 5 \longrightarrow$ βαθμός ..... $Q(x) = 3x + 5 \longrightarrow$ βαθμός ....

$R(x) = -5 \longrightarrow$ βαθμός .... $S(x) = 0 \longrightarrow$ ....