4.2 Διαίρεση πολυωνύμων-2ο φυλλάδιο (version 16-2-2016)

Κάνετε την διαίρεση των πολυωνύμων $2x^3 + 2x^2 - x - 1$ και $2x^2 – 1$.

$$\begin{array}{l|l} 2x^3 + 2x^2 - x - 1 & 2x^2 - 1 \\ \hline \end{array}$$

<u>Συμπληρώστε</u>: **παράγοντας—τέλεια—διαιρείται—διαιρεί—διαιρέτης--τέλεια--0**

Στο πιο πάνω παράδειγμα βλέπουμε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης είναι .....

Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι η διαίρεση είναι **................**

Γενικά, αν σε μια διαίρεση είναι υ(x) = 0, τότε η διαίρεση λέγεται **................** και η ταυτότητα της διαίρεσης γράφεται:

Δ(x) =.............

Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιούμε κάποια από τις παρακάτω ισοδύναμες εκφράσεις:

i) το δ(x) **..................** το Δ(x)

ii) το δ(x) είναι **............................** του Δ(x)

iii) το δ(x) είναι **........................** του Δ(x).

iv) ότι το Δ(x) **.........................** **με το** δ(x) *(παθητική φωνή)*

Έτσι για παράδειγμα το $2x^2 - 1$ είναι .... ή .... του $2x^3 + 2x^2 - x - 1$.

Διαίρεση πολυωνύμου με x - ρ

ΘΕΩΡΗΜΑ

Το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου P(x) με το x – ρ , είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για x = ρ. Είναι δηλαδή **υ = P(ρ)**

ΑΠΟΔΕΙΞΗ:

Η ταυτότητα της διαίρεσης του πολυωνύμου P(x) με το πολυώνυμο x - ρ γράφεται.

P(x) = **(1)**

Επειδή ο διαιρέτης x - ρ είναι .... βαθμού, το υπόλοιπο της διαίρεσης θα είναι ένα **...................** πολυώνυμο υ.

Γνωρίζουμε ότι στην διαίρεση πολυωνύμων, « το υ(x) ή είναι το μηδενικό πολυώνυμο (που είναι σταθερό) ή έχει βαθμό μικρότερο από το βαθμό του δ(x) και επειδή εδώ ο διαιρέτης έχει βαθμό 1 πρέπει το υπόλοιπο αν δεν είναι μηδενικό να έχει βαθμό 0, δηλαδή να είναι πραγματικός διάφορος του 0»

Έτσι η **(1)** γράφεται :

P(x) = **(2)**

και αν θέσουμε x = ρ, παίρνουμε:

P( ) =

Επομένως η **(2)** μπορεί να γραφεί:

P(x) =

Παραδείγματα:

● Το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x) = x^3 + 3x^2 - 13x - 15$ με το $x - 2$ είναι:

υ = P(2) = *(Απ:-21)*

● Το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x) = x^3 + 3x^2 - 13x - 15$ με το $x + 1$ που γράφεται $x - (-1)$, είναι

υ = P(−1) = *(Απ:0)*

► Φυσικά θα μπορούσαμε να βρούμε το υπόλοιπο εκτελώντας την διαίρεση σε καθένα από τα δύο παραπάνω παραδείγματα όπως ενδεικτικά δείχνουμε πιο κάτω για το πρώτο.

$x^3 + 3x^2 - 13x - 15$ | $x - 2$

Ομως σε κάποιες περιπτώσεις όπως φαίνεται στην παρακάτω άσκηση αυτό θα ήταν εξαιρετικά δύσκολο:

A2. Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης $(18x^{80} - 6x^{50} + 4x^{20} - 2) : (x + 1)$.

Κάποιος θα παρατηρούσε ότι ναι μεν με το θεώρημα βρίσκουμε γρήγορα το υπόλοιπο της διαίρεσης με x−ρ , αλλά όταν εκτελέσουμε την διαίρεση βρίσκουμε επιπλέον και το πηλίκο.

Υπάρχει άραγε ένας εύκολος τρόπος να βρίσκουμε και το πηλίκο; Η απάντηση είναι ναί και λέγεται **σχήμα Horner**.

Μάλιστα το σχήμα Horner μας δίνει και το υπόλοιπο και έτσι δεν χρειάζεται να το υπολογίσουμε ξεχωριστά με υ=P(ρ).