ΟΝΟΜΑ:

Διαίρεση πολυωνύμου με x – ρ

ΘΕΩΡΗΜΑ *(σ.135) (ας το ονομάσουμε Θεώρημα παράγοντα)*

- Ένα πολυώνυμο P(x) έχει **παράγοντα** το x - ρ *(ή διατυπωμένο διαφορετικά: το x-ρ **διαιρεί** το P(x) **ή** το x-ρ είναι **διαιρέτης** του P(x) **ή** το P(x) **διαιρείται** με το x-ρ)*, **αν και μόνο αν**
- το ρ είναι ρίζα του P(x), δηλαδή **αν και μόνο αν**
- P(ρ) = 0 **αν και μόνο αν**
- το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το x-ρ $\left\{ P(x) \;\big|\; \underline{x-\rho} \right\}$ είναι 0 **αν και μόνο αν**
- το τελευταίο δεξιά κουτάκι της $3^{ης}$ γραμμής στο σχήμα Horner είναι 0.

ΑΠΟΔΕΙΞΗ:

Έστω ότι το x - ρ είναι παράγοντας του P(x). Τότε

P(x) = (x - ρ)π(x)

Από την ισότητα αυτή για x = ρ παίρνουμε

P(ρ) = (ρ - ρ)π(ρ) = 0,

που σημαίνει ότι το ρ είναι ρίζα του P(x).

Αντιστρόφως: Έστω ότι το ρ είναι ρίζα του P(x), δηλαδή ισχύει P(ρ) = 0. Τότε από τη σχέση

P(x) = (x - ρ)π(x) + P(ρ)

παίρνουμε

P(x) = (x - ρ)π(x),

που σημαίνει ότι το x - ρ είναι παράγοντας του P(x).

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1ο Να εξεταστεί αν τα πολυώνυμα x + 2 και x - 1 είναι παράγοντες του πολυωνύμου $P(x) = x^3 + x^2 - x + 2$.

ΛΥΣΗ

Α3. *(σ.139)* Να βρείτε τις τιμές του k, για τις οποίες το x - 1 είναι παράγοντας του $g(x) = k^2x^4 + 3kx^2 - 4$.

(Απ:k=1 ή k = -4)

Λύση:

A6. Να αποδείξετε ότι τα πολυώνυμα της μορφής x - ρ που δίνονται σε κάθε περίπτωση, είναι παράγοντες του P(x). *Υπόδειξη: Δουλέψτε κατά προτίμηση με σχήμα Horner*

i) $P(x) = x^4 - 25x^2 + 144$, $x + 3$

ii) $P(x) = 16x^4 - 8x^3 + 9x^2 + 14x - 4$, $x-\frac{1}{4}$

iii) $P(x) = x^3 - 3x^2 + 2$, $x-1-\sqrt{3}$

Συντελεστές του P(x) **ρ**

Συντελεστές Πηλίκου **Υπόλοιπο**

Συντελεστές του P(x) **ρ**

Συντελεστές Πηλίκου **Υπόλοιπο**

Συντελεστές του P(x) **ρ**

Συντελεστές Πηλίκου **Υπόλοιπο**

A8. Να αποδείξετε ότι τα παρακάτω πολυώνυμα δεν έχουν παράγοντα της μορφής x - ρ.

i) $P(x) = 4x^4 + 7x^2 + 12$

ii) $Q(x) = -5x^6 - 3x^2 -4$