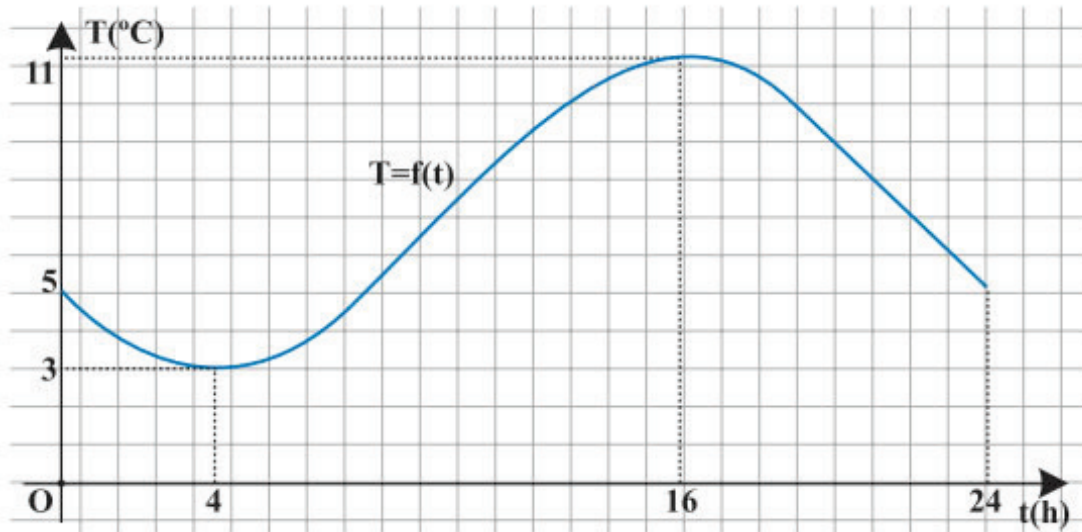


Ελάχιστο και μέγιστο συνάρτησης

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $T = f(t)$  που εκφράζει τη θερμοκρασία  $T$  ενός τόπου συναρτήσει του χρόνου  $t$  κατά το χρονικό διάστημα από τα μεσάνυχτα μιας ημέρας ( $t = 0$ ) μέχρι τα μεσάνυχτα της επόμενης μέρας ( $t = 24$ ).



Παρατηρούμε ότι:

α) Τη χρονική στιγμή  $t_1 = \dots$  η θερμοκρασία του τόπου παίρνει την ελάχιστη τιμή της, που είναι η  $f(\dots) = \dots$  βαθμοί Κελσίου. Δηλαδή ισχύει:

$$f(t) \geq f(\dots) = \dots, \text{ για κάθε } t \in \dots$$

Για το λόγο αυτό λέμε ότι η συνάρτηση  $T = f(t)$  παρουσιάζει στο  $t = \dots$  **ελάχιστο**, το  $f(\dots) = \dots$

Γενικά :

**ΟΡΙΣΜΟΣ**

Μια συνάρτηση  $f$ , με πεδίο ορισμού ένα σύνολο  $A$ , λέμε ότι παρουσιάζει στο  $x_0 \in A$  (ολικό) **ελάχιστο** όταν:  $f(x) \geq f(x_0)$ , για κάθε  $x \in A$ .

Το  $x_0 \in A$  λέγεται **θέση ελαχίστου**, ενώ το  $f(x_0)$  **ολικό ελάχιστο** ή απλώς **ελάχιστο** της συνάρτησης  $f$  και το συμβολίζουμε με **min f(x)**.

- Για παράδειγμα, ας δείξουμε ότι συνάρτηση  $f(x) = 3x^4 + 1$  παρουσιάζει στο 0 ολικό ελάχιστο.

**Απόδειξη**

β) Τη χρονική στιγμή  $t_2 = \dots\dots\dots$  η θερμοκρασία του τόπου παίρνει τη μέγιστη τιμή της, που είναι η  $f(\dots) = \dots\dots$  βαθμοί Κελσίου. Δηλαδή ισχύει:

$$f(t) \leq f(\dots) = \dots, \text{ για κάθε } t \in [0, 24]$$

Για το λόγο αυτό λέμε ότι η συνάρτηση  $T = f(t)$  παρουσιάζει στο  $t = \dots$  μέγιστο, το  $f(\dots) = \dots$ . Γενικά:

**ΟΡΙΣΜΟΣ**

Μια συνάρτηση  $f$ , με πεδίο ορισμού ένα σύνολο  $A$ , λέμε ότι παρουσιάζει στο  $x_0 \in A$  (ολικό) μέγιστο όταν  $f(x) \leq f(x_0)$ , για κάθε  $x \in A$

Το  $x_0 \in A$  λέγεται **θ**....., ενώ το  $f(x_0)$  **ολικό μέγιστο** ή απλώς ..... της  $f$  και το συμβολίζουμε με .....

- Για παράδειγμα, να δείξετε ότι συνάρτηση  $f(x) = -3x^4 + 1$  παρουσιάζει μέγιστο στο 0.

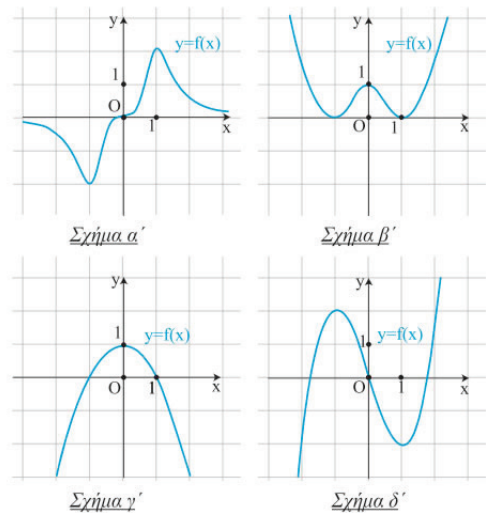
**Απόδειξη**

- Το (ολικό) μέγιστο και το (ολικό) ελάχιστο μιας συνάρτησης λέγονται **ολικά** ..... αυτής.

**ΣΧΟΛΙΟ**

Μια συνάρτηση ενδέχεται να έχει

- και μέγιστο και ελάχιστο (Σχ. ....) ή
- μόνο μέγιστο (Σχ. ....) ή
- μόνο ελάχιστο (Σχ. ....) ή
- να μην έχει ούτε μέγιστο ούτε ελάχιστο (Σχ.....).



2. Να προσδιορίσετε τα ολικά ακρότατα των συναρτήσεων καθώς και τις θέσεις των ακροτάτων αυτών.

