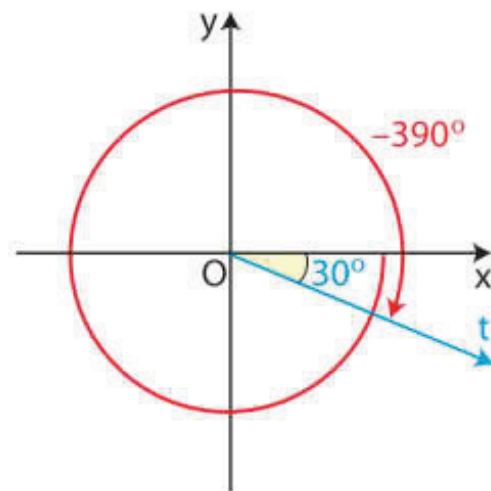


Αρνητικές γωνίες

► Συμπληρώστε κάθε κενό με μιά από τις παρακάτω λέξεις βοηθούμενοι και από το σχήμα:

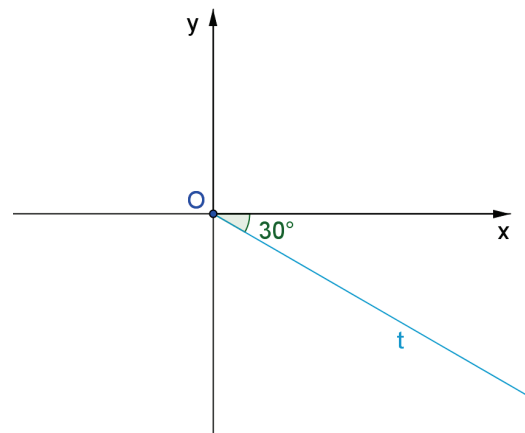
-390° --ίδια (σύμφωνη) -- ημιιάξονας--αρνητική γωνία ---διαγράψει----πλήρη

Αν τώρα ο Οx, στρεφόμενος γύρω από το O κατά την αρνητική φορά (δηλαδή με την φορά των δεικτών του ορολογιού), πραγματοποιήσει μια περιστροφή και στη συνέχεια γωνία μέτρου 30°, τότε λέμε ότι ο ημιιάξονας Ox έχει διαγράψει 360° + 30° = 390° ή αλλιώς γωνία :
 $\omega = -(360^\circ + 30^\circ) = \dots\dots\dots$



Με ανάλογο τρόπο ορίζεται οποιαδήποτε αρνητική γωνία δηλαδή γωνία της μορφής :
 $\omega = -(n \cdot 360^\circ + \mu^\circ)$ όπου και $0^\circ \leq \mu < 360^\circ$

Ασκηση: Στο σχήμα σχεδιάστε την γωνία $-2 \cdot 360^\circ - 30^\circ = \dots\dots\dots$



► Στο πιο κάτω κείμενο, συμπληρώστε κάθε κενό με μιά από τις παρακάτω λέξεις:
οποιοδήποτε --- τελικής --- απόσταση --- τριγωνομετρικοί

Οι τριγωνομετρικοί αριθμοί αρνητικών γωνιών, ορίζονται όπως και οι αριθμοί γωνιών από 0° μέχρι 360° ή και μεγαλύτερων από 360° που έχουμε ήδη ορίσει.

Δηλαδή, για κάθε αρνητική γωνία ω , θεωρούμε ένα σημείο M(x, y) της πλευράς της γωνίας ω (διαφορετικού του O) και έστω $\rho = \sqrt{\dots\dots\dots + \dots\dots\dots}$ η του M από O. Τότε ορίζουμε:

$$\eta\mu\omega = \frac{y}{\rho}, \quad \sigma\upsilon\nu\omega = \frac{x}{\rho}, \quad \epsilon\phi\omega = \frac{y}{x} \quad (\epsilon\phi\acute{o}\sigma\omega\nu \ x \neq 0), \quad \sigma\phi\omega = \frac{x}{y} \quad (\epsilon\phi\acute{o}\sigma\omega\nu \ y \neq 0).$$

Γωνίες με την ίδια τελική πλευρά \Rightarrow ίδιοι τριγωνομετρικοί αριθμοί

α) Να βρείτε **3** γωνίες **θετικές** και **3** γωνίες **αρνητικές** που να έχουν την ίδια **τελική πλευρά** (και επομένως τους ίδιους τριγωνομετρικούς αριθμούς) με την γωνία 30° .

β) Να γράψετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς μιας οποιασδήποτε από αυτές.

Για κάθε $k \in \mathbb{Z}$ θα ισχύει :

$$\begin{array}{ll} \eta\mu(k \cdot 360^\circ + \omega) = \eta\mu\omega & \epsilon\phi(k \cdot 360^\circ + \omega) = \epsilon\phi\omega \\ \sigma\upsilon\nu(k \cdot 360^\circ + \omega) = \sigma\upsilon\nu\omega & \sigma\phi(k \cdot 360^\circ + \omega) = \sigma\phi\omega \end{array}$$

► Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των παρακάτω γωνιών.

i) 2550° ii) 1830° iii) 2940°

Λύση: (υπόδειξη: αρχικά κάνουμε την ευκλείδια διαίρεση με το 360)

► Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των παρακάτω γωνιών.

i) -1410° ii) -1740° iii) -1020°

Λύση: i) αρχικά κάνουμε την ευκλείδια διαίρεση του αντίθετου αριθμού με το 360 και γράφουμε την ταυτότητα της διαίρεσης

ii) Αλλάζουμε πρόσημα σε όλους τους όρους της ταυτότητας.

iii) Επειδή θέλουμε το υπόλοιπο να είναι θετικός (αφού γνωρίζουμε μόνο τους τριγωνομετρικούς αριθμούς οξείων γωνιών) προσθέτουμε και αφαιρούμε το 360.