$6^{ο}$ φυλλάδιο τριγωνομετρίας

Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας $\frac{79\pi}{3}$

Λύση:

Πρέπει να φέρω την γωνία $\frac{79\pi}{3}$ στην μορφή $k \cdot 2\pi + \omega$.

- Κάνω την ευκλείδια διαίρεση του 79 με το 3:

$79 = 26 \cdot 3 + 1$

- Αντικαθιστώ στον αριθμητή και έχω:

$$\frac{79\pi}{3} = \frac{26 \cdot 3 + 1}{3}\pi = \left(\frac{26 \cdot 3}{3} + \frac{1}{3}\right)\pi = \left(26 + \frac{1}{3}\right)\pi = 26\pi + \frac{\pi}{3} = 13 \cdot 2\pi + \frac{\pi}{3}$$

- Δείξαμε λοιπόν ότι : $\frac{79}{6}2\pi = 13 \cdot 2\pi + \frac{\pi}{3}$, οπότε:

$$\eta\mu(\frac{79\pi}{3}) = \eta\mu(13 \cdot 2\pi + \frac{\pi}{3}) = \eta\mu\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu(\frac{79\pi}{3}) = \sigma\upsilon\nu(13 \cdot 2\pi + \frac{\pi}{3}) = \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3} = ...$$

$$\varepsilon\varphi(\frac{79\pi}{3}) = \varepsilon\varphi\frac{\pi}{3} = ...$$

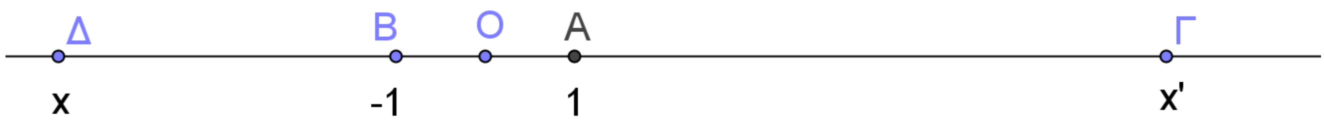
$$\sigma\varphi(\frac{79\pi}{3}) = \sigma\varphi\frac{\pi}{3} = ...$$

► Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας $\frac{33\pi}{4}$.

► Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας $\frac{85\pi}{6}$.

3.2 ΒΑΣΙΚΕΣ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

Προεργασία



Να βρεθούν οι αποστάσεις ΟΑ=....... ΟΒ=..... ΟΓ=...... ΟΔ=....... *(Η απόσταση ως μήκος είναι θετικός αριθμός)*

<u>Από τους ορισμούς</u> των τριγωνομετρικών αριθμών μιας γωνίας ω προκύπτουν ορισμένες σχέσεις που τους συνδέουν και είναι γνωστές ως τριγωνομετρικές ταυτότητες. Οι ταυτότητες αυτές είναι χρήσιμες στο λογισμό με παραστάσεις που περιέχουν τριγωνομετρικούς αριθμούς.

Συγκεκριμένα ισχύουν:

1. **ημ²ω + συν²ω = 1** → $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$

ΑΠΟΔΕΙΞΗ

Αν Μ (x, y) είναι το σημείο στο οποίο η <u>τελική πλευρά</u> της γωνίας ω τέμνει τον τριγωνομετρικό κύκλο, τότε θα είναι :

Από το Πυθαγόρειο Θεώρημα

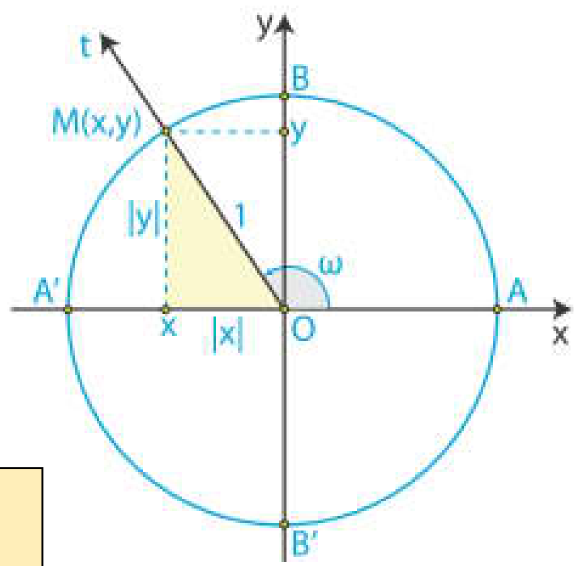
$(OM)^2 = |x|^2 + |y|^2 = x^2 + y^2$ *(ιδιότητα απόλυτων τιμών* $|x|^2 = x^2$)

Ομως: x = ... και y = ... και (ΟΜ) =.......

οπότε παίρνουμε:

....

Επίσης από



2. $\varepsilon\varphi\omega = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

$\sigma\varphi\omega = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

> $(\sigma\upsilon\nu\omega)^2 = \sigma\upsilon\nu^2\omega$
>
> $(\eta\mu\omega)^2 = \eta\mu^2\omega$
>
> Προσοχή! $\eta\mu^2\omega \neq \eta\mu\omega^2$

● Αν $\eta\mu\omega = \frac{5}{13}$ και $90° < \omega < 180°$ να βρεθούν οι άλλοι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας ω.

Λύση:

Από την ταυτότητα $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1 \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu^2\omega = ...$

Αντικαθιστούμε το ημω με .... και έχουμε: $\sigma\upsilon\nu^2\omega = ...$

Επειδή $90° < \omega < 180°$, είναι $\sigma\upsilon\nu\omega.......$, οπότε έχουμε: $\sigma\upsilon\nu\omega = ...$

$\varepsilon\varphi\omega = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

> *Υπενθύμιση:*
>
> $x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$