

**ΟΝΟΜΑ:**

**A4.** Να απλοποιήσετε την παράσταση:

(Απάντηση: σφα)

$$\frac{\sigma\upsilon\nu(-\alpha) \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ + \alpha)}{\eta\mu(-\alpha) \cdot \eta\mu(90^\circ + \alpha)} = \frac{\sigma\upsilon\nu\alpha \cdot (-\sigma\upsilon\nu\alpha)}{-\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha} = \frac{\sigma\upsilon\nu\alpha}{\eta\mu\alpha} = \sigma\phi\alpha$$

**A5.** Να αποδείξετε ότι:

$$\frac{\epsilon\phi(\pi - x) \cdot \sigma\upsilon\nu(2\pi + x) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{9\pi}{2} + x\right)}{\eta\mu(13\pi + x) \cdot \sigma\upsilon\nu(-x) \cdot \sigma\phi\left(\frac{21\pi}{2} - x\right)} = -1$$

**Λύση:**

$$\frac{\epsilon\phi(\pi - x) \cdot \sigma\upsilon\nu(2\pi + x) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{9\pi}{2} + x\right)}{\eta\mu(13\pi + x) \cdot \sigma\upsilon\nu(-x) \cdot \sigma\phi\left(\frac{21\pi}{2} - x\right)} = \frac{-\epsilon\phi x \cdot \sigma\upsilon\nu x \cdot (-\eta\mu x)}{-\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x \cdot \epsilon\phi x} = -1$$

Σχολικό

$$\sigma\upsilon\nu\left(\frac{9\pi}{2} + x\right) = \sigma\upsilon\nu\left(\frac{8\pi + \pi}{2} + x\right) = \sigma\upsilon\nu\left(4\pi + \frac{\pi}{2} + x\right) = \sigma\upsilon\nu\left(2 \cdot 2\pi + \frac{\pi}{2} + x\right) = \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + x\right) =$$

$$\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - (-x)\right) = \eta\mu(-x) = -\eta\mu x$$

**Μνημονικός:** Έχουμε περιττό πολλαπλάσιο του  $\pi/2$  άρα έχουμε αλλαγή του τριγωνομετρικού αριθμού και επειδή η τελική πλευρά πέφτει στο 2<sup>ο</sup> τεταρτημόριο όπου το συν είναι αρνητικό βάζουμε  $-$ .

**A6.** Να δείξετε ότι έχει σταθερή τιμή η παράσταση:

(Απάντηση:1)

$$\eta\mu^2(\pi - x) + \sigma\upsilon\nu(\pi - x)\sigma\upsilon\nu(2\pi - x) + 2\eta\mu^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

**Λύση:**

$$\eta\mu^2(\pi - x) + \sigma\upsilon\nu(\pi - x)\sigma\upsilon\nu(2\pi - x) + 2\eta\mu^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \eta\mu^2x - \sigma\upsilon\nu x \cdot \sigma\upsilon\nu(-x) + 2\sigma\upsilon\nu^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\eta\mu^2x - \sigma\upsilon\nu^2x + 2\sigma\upsilon\nu^2x = \eta\mu^2x + \sigma\upsilon\nu^2x = 1$$

**B1.** Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

(Απάντηση:0)

$$\frac{\eta\mu 495^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 120^\circ + \sigma\upsilon\nu 495^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu(-120^\circ)}{\varepsilon\varphi(-120^\circ) + \varepsilon\varphi 495^\circ}$$

**Λύση:**

$$120^\circ = 180^\circ - 60^\circ$$

$$\sigma\upsilon\nu 120^\circ = -\sigma\upsilon\nu 60^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu(-120^\circ) = \sigma\upsilon\nu 120^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\varepsilon\varphi(-120^\circ) = -\varepsilon\varphi 120^\circ = -\varepsilon\varphi(180^\circ - 60^\circ) = -(-\varepsilon\varphi 60^\circ) = \varepsilon\varphi 60^\circ$$

$$495^\circ = 360^\circ + 135^\circ = 360^\circ + 180^\circ - 45^\circ$$

$$\eta\mu 495^\circ = \eta\mu(360^\circ + 180^\circ - 45^\circ) = \eta\mu(180^\circ - 45^\circ) = \eta\mu 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu 495^\circ = \sigma\upsilon\nu(360^\circ + 180^\circ - 45^\circ) = \sigma\upsilon\nu(180^\circ - 45^\circ) = -\sigma\upsilon\nu 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu 495^\circ = \sigma\upsilon\nu(360^\circ + 180^\circ - 45^\circ) = \sigma\upsilon\nu(180^\circ - 45^\circ) = -\sigma\upsilon\nu 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\eta\mu 495^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 120^\circ + \sigma\upsilon\nu 495^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu(-120^\circ)}{\varepsilon\varphi(-120^\circ) + \varepsilon\varphi 495^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{3} - 1} = \frac{0}{\sqrt{3} - 1} = 0$$

**B2.** Να αποδείξετε ότι:

$$\frac{\eta\mu(5\pi + \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu(7\pi - \omega) \cdot \eta\mu\left(\frac{5\pi}{2} - \omega\right) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{7\pi}{2} + \omega\right)}{\sigma\varphi(5\pi + \omega) \cdot \eta\mu(7\pi - \omega) \sigma\upsilon\nu\left(\frac{5\pi}{2} - \omega\right) \cdot \sigma\varphi\left(\frac{7\pi}{2} + \omega\right)} = \eta\mu^2\omega - 1$$

**Λύση:**

Η τελική πλευρά της γωνίας  $5\pi + \omega$  είναι στο 3<sup>ο</sup> τεταρτημόριο όπου το  $\eta\mu < 0$  και η  $\sigma\varphi > 0$

$$\eta\mu(5\pi + \omega) = -\eta\mu\omega \qquad \sigma\varphi(5\pi + \omega) = \sigma\varphi\omega$$

Η τελική πλευρά της γωνίας  $7\pi + \omega$  είναι στο 3<sup>ο</sup> τεταρτημόριο όπου το  $\sigma\upsilon\nu < 0$  και η  $\eta\mu < 0$

$$\sigma\upsilon\nu(7\pi - \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega \qquad \eta\mu(7\pi - \omega) = -\eta\mu\omega$$

Η τελική πλευρά της γωνίας  $\frac{5\pi}{2} - \omega$  είναι στο 1<sup>ο</sup> τεταρτημόριο όπου το  $\sigma\upsilon\nu > 0$  και η  $\eta\mu > 0$

$$\eta\mu\left(\frac{5\pi}{2} - \omega\right) = \sigma\upsilon\nu\omega \qquad \sigma\upsilon\nu\left(\frac{5\pi}{2} - \omega\right) = \eta\mu\omega$$

Η τελική πλευρά της γωνίας  $\frac{7\pi}{2} + \omega$  είναι στο 4<sup>ο</sup> τεταρτημόριο όπου το  $\sigma\upsilon\nu > 0$  και η  $\sigma\varphi < 0$

$$\sigma\upsilon\nu\left(\frac{7\pi}{2} + \omega\right) = \eta\mu\omega \qquad \sigma\varphi\left(\frac{7\pi}{2} + \omega\right) = -\varepsilon\varphi\omega$$

$$\frac{\eta\mu(5\pi + \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu(7\pi - \omega) \cdot \eta\mu\left(\frac{5\pi}{2} - \omega\right) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{7\pi}{2} + \omega\right)}{\sigma\varphi(5\pi + \omega) \cdot \eta\mu(7\pi - \omega) \sigma\upsilon\nu\left(\frac{5\pi}{2} - \omega\right) \cdot \sigma\varphi\left(\frac{7\pi}{2} + \omega\right)} =$$

$$\frac{-\cancel{\eta\mu\omega} \cdot (-\sigma\upsilon\nu\omega) \cdot \sigma\upsilon\nu\omega \cdot \cancel{\eta\mu\omega}}{\sigma\varphi\omega \cdot (-\cancel{\eta\mu\omega}) \cdot \cancel{\eta\mu\omega} \cdot (-\varepsilon\varphi\omega)} = \frac{(-\sigma\upsilon\nu\omega) \cdot \sigma\upsilon\nu\omega \cdot \cancel{\eta\mu\omega}}{\sigma\varphi\omega \cdot (-\cancel{\eta\mu\omega}) \cdot \cancel{\eta\mu\omega} \cdot (-\varepsilon\varphi\omega)} = \frac{-\sigma\upsilon\nu^2\omega}{-\varepsilon\varphi\omega \cdot \sigma\varphi\omega} = -\sigma\upsilon\nu^2\omega =$$

$$-(1 - \eta\mu^2\omega) = \eta\mu^2\omega - 1$$