

Υποθέτουμε ότι  $0 < \omega < \frac{\pi}{2}$

• Αν η γωνία είναι της μορφής:  $k\pi \pm \omega$  (ή  $k \cdot 180^\circ \pm \omega$ ), κEZ τότε:

- i) δεν έχουμε αλλαγή του τριγωνομετρικού αριθμού και
- ii) το πρόσημο εξαρτάται από το πρόσημο του ζητούμενου τριγωνομετρικού αριθμού, στο τεταρτημόριο που βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας  $k\pi \pm \omega$ . (ή  $k \cdot 180^\circ \pm \omega$ )

**Σημείωση:** Βοηθάει να γνωρίζουμε ότι :

- η τελική πλευρά της  $k\pi$  με  $k$  άρτιο είναι η ημιάξονας  $Ox$
- η τελική πλευρά της  $k\pi$  με  $k$  περιττό είναι η ημιάξονας  $Ox'$

**Παράδειγμα:**

$$\eta\mu(4\pi - \omega) = -\eta\mu\omega,$$

**Εξήγηση:**

- Επειδή η γωνία  $4\pi - \omega$  είναι της μορφής:  $k\pi - \omega$  (με  $k = 4$ ), ο τριγωνομετρικός αριθμός δεν αλλάζει οπότε παραμένει  $\eta\mu\omega$ .
- Εξάλλου η τελική πλευρά της γωνίας  $4\pi - \omega$  βρίσκεται στο 4<sup>ο</sup> τεταρτημόριο, όπου το ημίτονο είναι αρνητικό και επομένως το πρόσημο είναι: " - ".

**Άλλο παράδειγμα:**

$$\sigma\upsilon\nu(5\pi + \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$$

**Ερμηνεία:**

- Επειδή η γωνία είναι της μορφής:  $k\pi + \omega$  (με  $k = 5$ ), ο τριγωνομετρικός αριθμός δεν αλλάζει, είχαμε  $\sigma\upsilon\nu$ , θα παραμείνει  $\sigma\upsilon\nu$ .
- Η τελική πλευρά της γωνίας  $5\pi + \omega$  βρίσκεται στο 3<sup>ο</sup> τεταρτημόριο όπου το συνημίτονο είναι αρνητικό επομένως βάζουμε «-»

**Ακόμα ένα παράδειγμα:**  $\epsilon\phi(3\pi + \omega) = \epsilon\phi\omega$

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ:**

$$\eta\mu(10\pi + \omega) = \eta\mu\omega$$

$$\sigma\upsilon\nu(7\pi - \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$$

$$\epsilon\phi(2\pi + \omega) = \epsilon\phi\omega$$

$$\sigma\phi(9\pi + \omega) = \sigma\phi\omega$$

$$\sigma\phi(26\pi + \omega) = \sigma\phi\omega$$

$$\sigma\upsilon\nu(9\pi + \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$$

- Αν η γωνία είναι της μορφής:  $(2κ+1)\frac{\pi}{2} \pm \omega$  ή  $(2κ+1) \cdot 90^\circ \pm \omega$   $\kappa \in \mathbb{Z}$  (Σημείωση:  $2κ+1$  συμβολίζει περιττό αριθμό)

το τότε έχουμε **αλλαγή** του τριγ/κού αριθμού και συγκεκριμένα:

i) Το ημίτονο γίνεται συνημίτονο (και αντίστροφα), ενώ η εφαπτομένη, συνεφαπτομένη (και αντίστροφα).

ii) Και εδώ το πρόσημο καθορίζεται όπως στην προηγούμενη περίπτωση δηλαδή εξαρτάται από το πρόσημο του ζητούμενου τριγωνομετρικού αριθμού στο τεταρτημόριο που βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας  $(2κ+1)\frac{\pi}{2} \pm \omega$  ή  $(2κ+1) \cdot 90^\circ \pm \omega$   $\kappa \in \mathbb{Z}$ .

**Παράδειγμα:**  $\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} - \omega\right) = -\sigma\upsilon\nu\omega$ , γιατί:

- Επειδή η γωνία  $\frac{3\pi}{2} - \omega$  είναι της μορφής  $(2κ+1)\frac{\pi}{2} - \omega$ ,

(με  $\kappa=1$ ) ο τριγ/κός αριθμός αλλάζει και γίνεται  $\sigma\upsilon\nu\omega$ .

- Εξάλλου η τελική πλευρά της γωνίας  $\frac{3\pi}{2} - \omega$  βρίσκεται στο τρίτο τεταρτημόριο, όπου το ημίτονο είναι αρνητικό και επομένως το πρόσημο είναι "-".

Ανάλογα:  $\sigma\upsilon\nu\left(\frac{5\pi}{2} + \omega\right) = \eta\mu\omega$

#### ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ:

$$\epsilon\phi\left(\frac{7\pi}{2} + \omega\right) = -\sigma\phi\omega$$

$$\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + \omega\right) = -\eta\mu\omega$$

$$\sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{2} + \omega\right) = \eta\mu\omega$$

$$\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} - \omega\right) = -\sigma\upsilon\nu\omega$$

$$\epsilon\phi(270^\circ - \omega) = \sigma\phi\omega$$

$$\sigma\phi(90^\circ + \omega) = -\epsilon\phi\omega$$

$$\eta\mu(270^\circ + \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$$

$$\sigma\upsilon\nu\left(4\frac{\pi}{2} + \omega\right) = \sigma\upsilon\nu(2\pi + \omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$$

$$\sigma\upsilon\nu\left(-\frac{\pi}{2} + \omega\right) = \eta\mu\omega$$