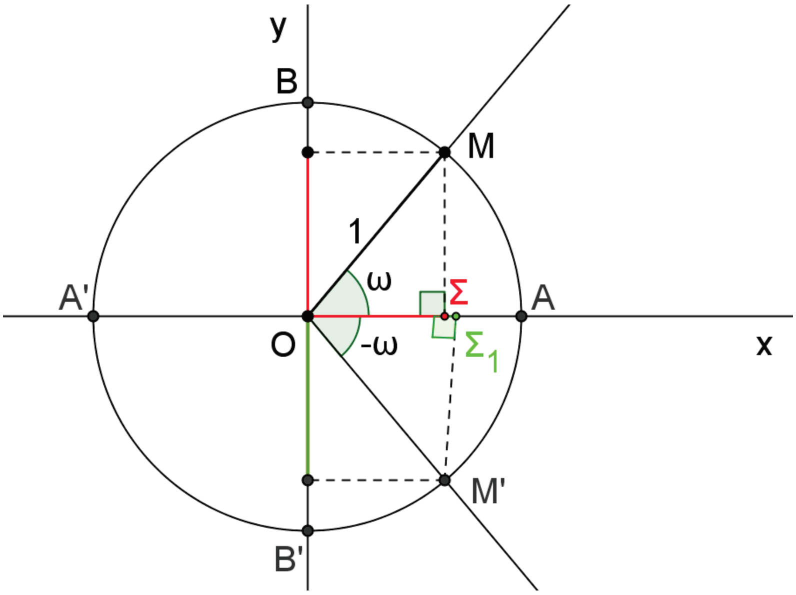
3.3 Αναγωγή στο 1ο τεταρτημόριο-1ο φυλλάδιο *(version 24-11-2016)*

Εστω μια γωνία ω που η τελική της πλευρά τέμνει τον τριγωνομετρικό κύκλο στο σημείο Μ.Επίσης έστω και η γωνία –ω που τέμνει τον τριγωνομετρικό κύκλο στο σημείο Μ'.

Ονομάζουμε Σ και $Σ_1$ τις προβολές στον άξονα x'x των Μ και Μ' αντίστοιχα.



Από τον ορισμό των τριγωνομετρικών αριθμών έχουμε ότι:

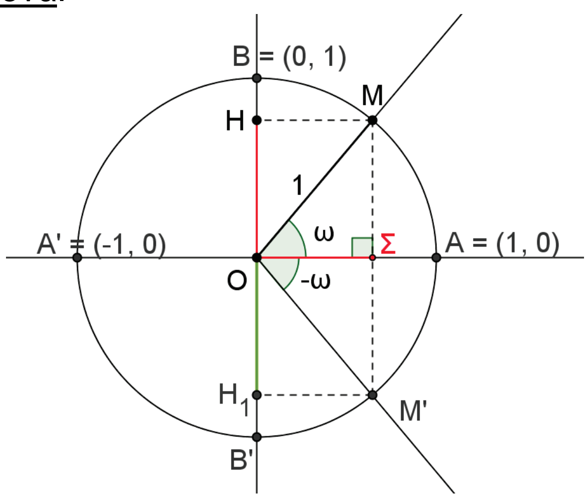
συνω=τετμημένη του Μ	συν(-ω)=τετμημένη του Μ'
ημω=τεταγμένη του Μ	ημ(-ω)=τεταγμένη του Μ'

Σην γεωμετρία της Α Λυκείου μάθαμε πως: *«Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν την υποτείνουσα και μια κάθετη πλευρά αντίστοιχα ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα» (§ 3.6 Θεώρημα ΙΙ)*

Τα ορθογώνια τρίγωνα ΣΜΟ και $Σ_1$ΟΜ' έχουν:

$$\left.\begin{array}{l} \mathrm{OM}=\mathrm{OM}' \text{ ως ακτίνες κύκλου} \\ \mathrm{M}\hat{\mathrm{O}}\Sigma=\mathrm{M}'\hat{\mathrm{O}}\Sigma_1=\omega \end{array}\right\} \Rightarrow$$ είναι ίσα, οπότε θα έχουν και ΟΣ=Ο$Σ_1$, δηλαδή τα Σ και $Σ_1$ ταυτίζονται, δηλαδή οι γωνίες ω και –ω έχουν <u>ίδια συνημίτονα</u>.

Επομένως το ορθό σχήμα είναι όπως δίπλα:



- Πάλι από την ισότητα των ορθωνίων τριγώνων έχουμε ότι ΣΜ=ΣΜ', οπότε και ΟΗ=Ο$Η_1$ δηλαδή οι γωνίες ω και –ω έχουν <u>αντίθετα ημίτονα</u>.
- $\varepsilon\varphi(-\omega)=\dfrac{\eta\mu(-\omega)}{\sigma\upsilon\nu(-\omega)}=\dfrac{-\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}=-\dfrac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}=-\varepsilon\varphi\omega$
- Παρόμοια: $\sigma\varphi(-\omega)=-\sigma\varphi\omega$

Καταλήγουμε ότι:

► **Οι αντίθετες γωνίες έχουν <u>ίδια συνημίτονα</u> και αντίθετους τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς.**

συν(− ω)= συνω

ημ(− ω)= − ημω

εφ(− ω)= − εφω

σφ(− ω)= − σφω

► Συμπληρώστε:

συν(−ω)= ….. ημ(− ω)= ….. εφ(−ω)= ….. σφ(−ω)= …..

$\eta\mu\left(-30^\circ\right) =$ …. $\sigma\upsilon\nu\left(-60^\circ\right) =$ ….

$\varepsilon\varphi\left(-45^\circ\right) =$ …. $\sigma\varphi\left(-30^\circ\right) =$

συν(330 °)=…….

ημ (300 °)=…….

Παρόμοια μπορούμε στον τριγωνομετρικό κύκλο να διαπιστώσουμε ότι:

► **Οι παραπληρωματικές γωνίες έχουν <u>ίδια ημίτονα</u> και αντίθετους τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς.**

ημ(180°− ω)= ημω

συν(180°− ω)= −συνω

εφ(180°− ω)= −εφω

σφ(180°− ω)= −σφω

● Να υπολογιστούνε τα :

ημ(180°− ω)= ….. συν(180°− ω)= …..

εφ(180°− ω)= ….. σφ(180°− ω)= …..

ημ120°= συν135°=

εφ150°= συν840°=

Β1.Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $\dfrac{\eta\mu 495^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 120^\circ + \sigma\upsilon\nu 495^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu\left(-120^\circ\right)}{\varepsilon\varphi\left(-120^\circ\right) + \varepsilon\varphi 495^\circ}$