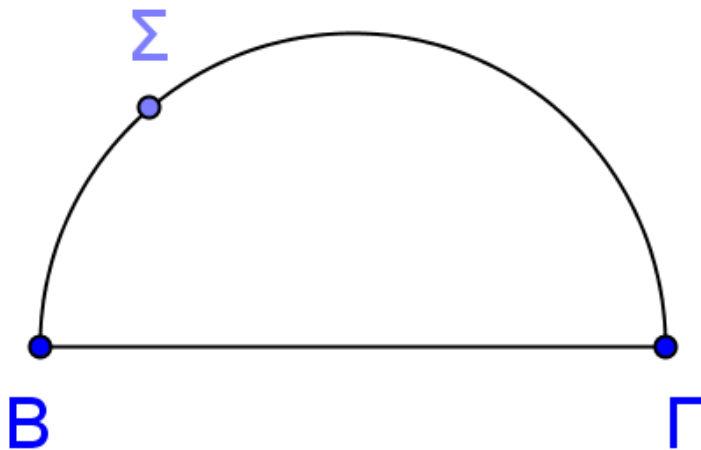


ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΤΡΙΓΩΝΟΥ ΜΕ ΚΑΘΕΤΕΣ ΔΙΑΜΕΣΟΥΣ (με το Geogebra)

1. Παίρνω ένα τυχαίο ευθύγραμμο τμήμα που θα είναι η πλευρά ΒΓ του τριγώνου



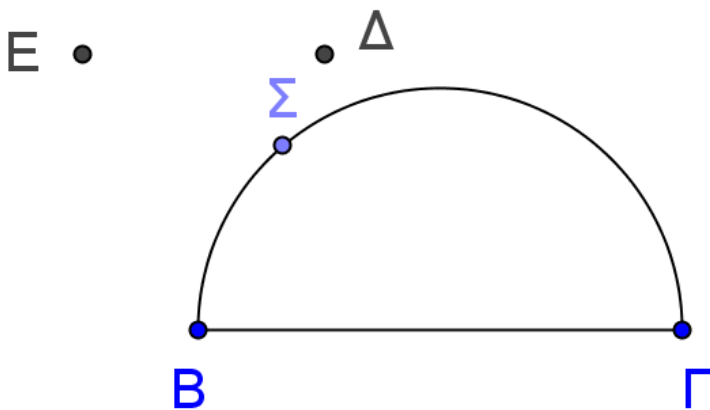
2. Σχεδιάζω ημικύκλιο με διάμετρο το ΒΓ και παίρνω τυχαίο σημείο Σ πάνω σε αυτό.



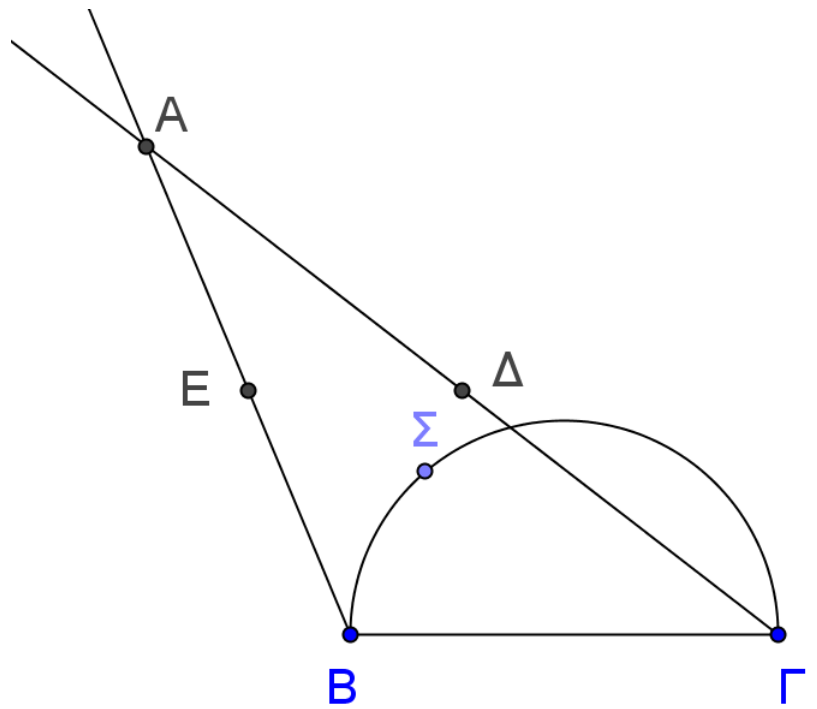
3. Στο πεδίο Εισαγωγή στο κάτω μέρος της οθόνης πληκτρολογώ διαδοχικά τα παρακάτω

Εισαγωγή: $\Delta = B + 3/2(\Sigma - B)$

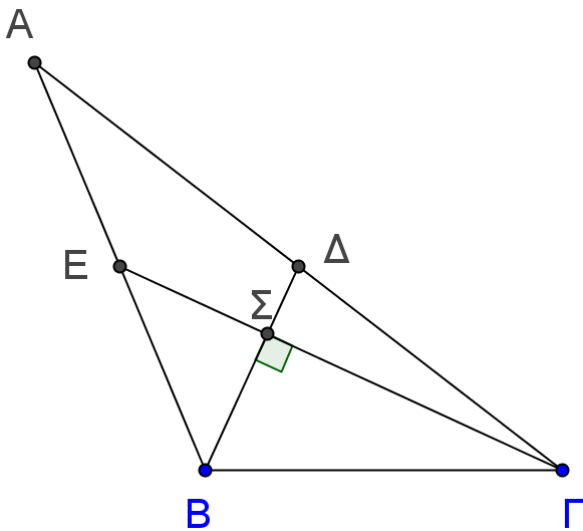
Εισαγωγή: $E = \Gamma + 3/2(\Sigma - \Gamma)$



4. Φέρνω τις ημιευθείες BE και ΓΔ που τέμνονται στο Α.



5. Φυσικά κάνω απόκρυψη στο ημικύκλιο καθώς και στις ημιευθείες και φέρνω τα τμήματα AB και ΑΓ καθώς και τα τμήματα ΒΔ και ΓΕ.



Το ΑΒΓ είναι το ζητούμενο τρίγωνο που έχει κάθετες διαμέσους.

ΑΠΟΔΕΙΞΗ:

Επειδή

$$\frac{\Sigma\text{B}}{\Sigma\Delta} = \frac{\Sigma\Gamma}{\Sigma\text{E}} = 2$$

από το αντίστροφο του θεωρήματος του Θαλή (§ 7.7 σ.152) είναι ΕΔ//ΒΓ.

Επειδή ΕΔ//ΒΓ από σημαντική εφαρμογή του θεωρήματος Θαλή (§ 7.7 σ.153) είναι $\text{E}\Delta = \frac{\text{B}\Gamma}{2}$

Μένει πλέον να δείξουμε ότι Δ μέσο του ΑΓ και Ε μέσο του ΑΒ.

Υπάρχει μια άσκηση σε παλιότερο σχολικό (Συγγραφείς: Αλιμπινίσης, Δημάκος, Εξαρχάκος Κοντογιάννης Τασσόπουλος) που λέει (αλλάζω τα γράμματα):

► Αν Δ, Ε είναι σημεία των πλευρών ΑΒ και ΑΓ τριγώνου ΑΒΓ αντιστοίχως και ισχύουν οι σχέσεις $\Delta E // B\Gamma$ και $E\Delta = \frac{B\Gamma}{2}$, τότε να δειχτεί ότι τα Δ και Ε είναι μέσα των πλευρών αυτών.

Απόδειξη.

• Αν θεωρήσουμε το μέσο Μ της ΒΓ τότε

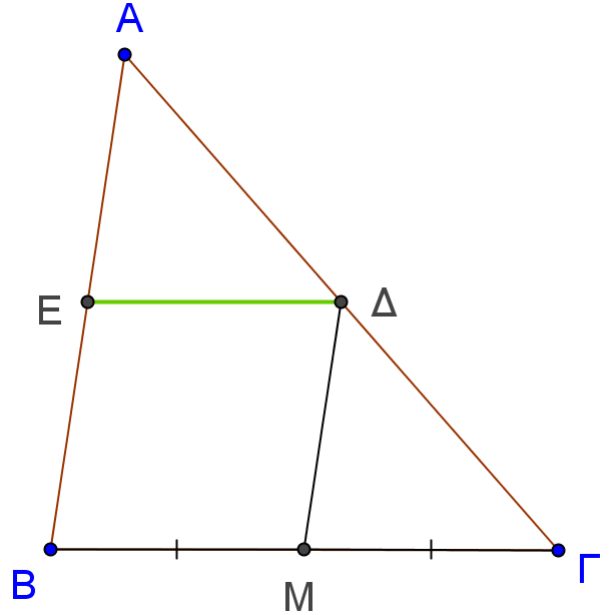
$E\Delta = \frac{B\Gamma}{2} = B\Gamma$ και επειδή επιπλέον $\Delta E // B\Gamma$, το

τετράπλευρο ΔΕΒΜ είναι παραλληλόγραμμο, γιατί έχει δύο απέναντι πλευρές ίσες και παράλληλες. (§5.2)

• Άρα και $M\Delta // BE // AB$. Επειδή $M\Delta // AB$ και Μ μέσο

του ΒΓ θα είναι και Δ μέσο της ΑΓ. (§5.6 θεώρημα II)

• Επειδή Δ μέσο της ΑΓ και $\Delta E // B\Gamma$ θα είναι και Ε μέσο της ΑΒ. (§5.6 θεώρημα II)



ΓΕΝΙΚΕΥΣΗ

Αναρωτήθηκα κάποια στιγμή πως μπορώ να κατασκευάσω τρίγωνο που οι διάμεσοι να σχηματίζουν γωνία με δεδομένο αριθμό μοιρών. Νομίζω δεν είναι δύσκολο. Αρκεί να κατασκευάσει κάποιος ένα τρίγωνο ΣΒΓ ώστε η γωνία Σ να είναι σε μοίρες αυτές που επιθυμεί και μετά να συνεχίσει τα βήματα της πιο πάνω κατασκευής.