# 8 Ερωτήσεις Κατανόησης (Version 2-9-2015)

**Κ1. i)** Αν δύο τρίγωνα είναι ίσα, τότε είναι όμοια;

Απάντηση:

Ναι, γιατί έχουν τις γωνίες τους μία προς μία ίσες οπότε ικανοποιείται το 1ο κριτήριο ομοιότητας.

2$^{ος}$ τρόπος

Ναι, γιατί έχουν τις πλευρές τους ανάλογες (με λόγο ομοιότητας 1) οπότε ικανοποιείται το 3$^{ο}$ κριτήριο ομοιότητας.

**ii)** Αν δύο τρίγωνα είναι όμοια με ένα τρίτο τρίγωνο, τότε είναι και μεταξύ τους όμοια;

Απάντηση:

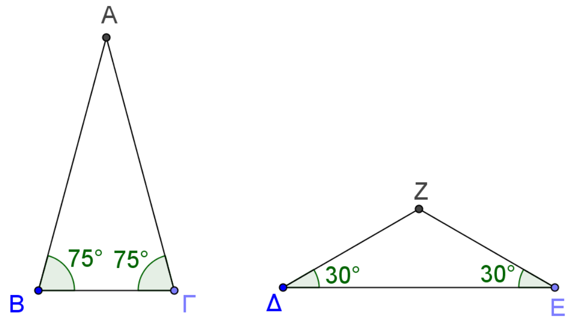
Ναι, γιατί δύο γωνίες του ενός θα είναι ίσες μια προς μία προς μια γωνία του άλλου, αφού καθεμιά τους θα είναι είναι ίση με μια γωνία του τρίτου τριγώνου *(μεταβατική ιδιότητα)*

Ισως να προσθέσω και παράδειγμα συγκεκριμένο με γράμματα.

**Κ2.** Δύο ισοσκελή τρίγωνα είναι πάντα όμοια;

Απάντηση:

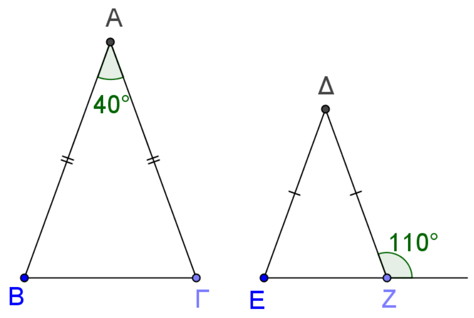
Οχι όπως γίνεται άμεσα φανερό στο παρακάτω σχήμα.




**Σημειώσεις: i)** Δύο ισοσκελή τρίγωνα που έχουν μια γωνία του ενός ίση με μια αντίστοιχη γωνία του άλλου είναι όμοια.

**ii)**Δύο ισόπλευρα τρίγωνα είναι πάντοτε όμοια.

**Κ3.** Στο παρακάτω σχήμα είναι ΑΒ = 3ΔΕ. Να βρεθεί ο λόγος $\frac{ΕΖ}{ΒΓ}$.




Απάντηση:

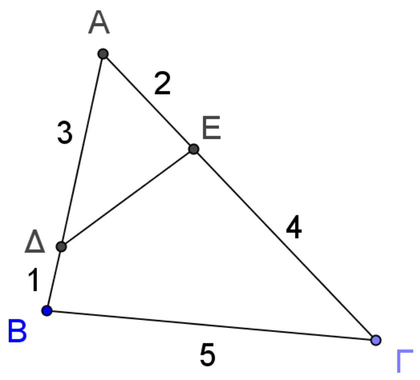
Αφού $\hat{Α} = 40°$ θα είναι $\hat{Β} = \hat{Γ} = \frac{180° - 40°}{2} = \frac{140°}{2} = 70°$

Αφού $\hat{Z}_{εξ} = 110°$ θα είναι $\hat{Z} = 180° - 110° = 70°$ οπότε και $\hat{E} = 70°$

Διαπιστώνουμε ότι τα δύο ισοσκελή τρίγωνα έχουν δύο γωνίες τους ίσες μία προς μία οπότε θα είναι όμοια επομένως θα έχουν τις πλευρές τους ανάλογες:

$\frac{ΕΖ}{ΒΓ} = \frac{ΔΕ}{ΑΒ} = \frac{ΔΕ}{3ΔΕ} = \frac{1}{3}$

**Κ4**. Στο παρακάτω σχήμα να βρεθεί το μήκος του ΔΕ.




**Απάντηση:**

Είναι ΑΒ=ΑΔ+ΔΒ=3+1=4 και ΑΓ=ΑΕ+ΕΓ=2+4=6

Τα τρίγωνα ΑΕΔ και ΑΒΓ έχουν:

α) $\hat{Α}$ κοινή

β) $\frac{ΑΕ}{ΑΒ} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ και $\frac{ΑΔ}{ΑΓ} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ άρα $\frac{ΑΕ}{ΑΒ} = \frac{ΑΔ}{ΑΓ}$

Επομένως σύμφωνα με το δεύτερο κριτήριο ομοιότητας είναι όμοια (με λόγο ομοιότητας $\frac{1}{2}$), οπότε και ο λόγος των τρίγων πλευρών θα ισούται με τον λόγο ομοιότητας δηλαδή θα ισχύει

$$\frac{\Delta E}{B\Gamma}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow 2\Delta E=B\Gamma \Leftrightarrow \Delta E=\frac{B\Gamma}{2}\Leftrightarrow \Delta E=\frac{5}{2}=2,5$$

**Κ5.** Οι πλευρές ενός τριγώνου είναι 3cm, 4cm και 5cm. Ένα τρίγωνο όμοιο με αυτό έχει περίμετρο 24cm. Ποια είναι τα μήκη των πλευρών του;

**Απάντηση:**

Εστω ΑΒΓ με ΑΒ=3cm, ΑΓ=4cm και ΒΓ=5cm το ένα τρίγωνο *(πρόκειται για ορθογώνιο τρίγωνο όπως διαπιστώνουμε από το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος).* Η περίμετρος του είναι 3+4+5=**12**.

Εστω $A'B'\Gamma'$ το όμοιο τρίγωνο του ΑΒΓ με περίμετρο **24**.Αφού τα τρίγωνα είναι όμοια οι πλευρές τους είναι ανάλογες και ας θεωρήσουμε πως η αναλογία των πλευρών είναι:

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{A\Gamma}{A'\Gamma'}=\frac{B\Gamma}{B'\Gamma'}=\lambda$$ (λ λόγος ομοιότητας)

Από θεώρημα (§8.1) ο λόγος των περιμέτρων τους ισούται με το λόγο ομοιότητάς τους.Αρα $\lambda=\frac{12}{24}=\frac{1}{2}$

οπότε $\frac{AB}{A'B'}=\frac{A\Gamma}{A'\Gamma'}=\frac{B\Gamma}{B'\Gamma'}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \frac{3}{A'B'}=\frac{4}{A'\Gamma'}=\frac{5}{B'\Gamma'}=\frac{1}{2}$

$$\frac{3}{A'B'}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow A'B'=6$$

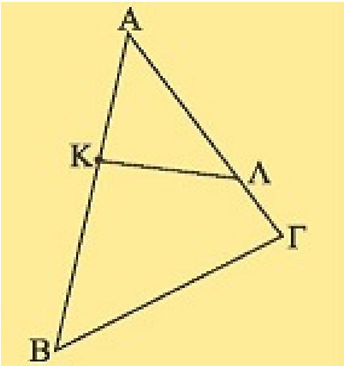
$$\frac{4}{A'\Gamma'}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow A'\Gamma'=8$$

$$\frac{5}{B'\Gamma'}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow B'\Gamma'=10$$

**Κ6. α)** Αν στο παρακάτω σχήμα το τετράπλευρο ΒΚΛΓ είναι εγγράψιμο, τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΚΛ είναι όμοια;

**β)** Ποιες είναι οι ομόλογες πλευρές τους;

Απάντηση:




**α)** ▪ Για αρχή τα τρίγωνα ΑΚΛ και ΑΒΓ έχουν την γωνία $\hat{\mathrm{A}}$ κοινή.

▪ Αφού το ΒΚΛΓ είναι εγγράψιμο η γωνία $\hat{\Gamma}$ θα είναι ίση με την απέναντι εξωτερική δηλαδή με την $\Lambda\hat{\mathrm{K}}\mathrm{A}$.

Επομένως τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΚΛ έχουν δύο γωνίες τους ίσες μία προς μία, οπότε από 1ο κριτήριο ομοιότητας είναι όμοια.

**β)** Ομόλογες πλευρές είναι αυτές που βρίσκονται απέναντι από ίσες γωνίες (§8.1) (ή γενικότερα αν έχουμε όμοια πολύγωνα οι πλευρές που έχουν προσκείμενες δύο ίσες γωνίες)

$\hat{\mathrm{A}}$ κοινή, οπότε οι πλευρές ΚΛ και ΒΓ είναι ομόλογες

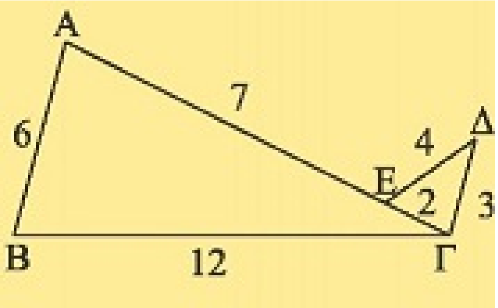
$\Lambda\hat{\mathrm{K}}\mathrm{A} = \hat{\Gamma}$ οπότε οι πλευρές ΑΛ και ΑΒ είναι ομόλογες

$\mathrm{A}\hat{\Lambda}\mathrm{K} = \hat{\mathrm{B}}$ οπότε οι πλευρές ΑΚ και ΑΓ είναι ομόλογες

Η αναλογία των όμοιων πλευρών γράφεται:

$\frac{\mathrm{K}\Lambda}{\mathrm{B}\Gamma} = \frac{\mathrm{A}\Lambda}{\mathrm{AB}} = \frac{\mathrm{AK}}{\mathrm{A}\Gamma}$ (οι ομόλογες πλευρές βρίσκονται στον ίδιο κλάσμα (λόγο))

**Κ7.** Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ΑΒ και ΓΔ είναι παράλληλες; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.




Απάντηση:

Είναι ΑΓ=ΑΕ+ΕΓ=7+2=9

Σχηματίζουμε τον λόγο των δύο μεγαλύτερων, των δύο μεσαίων και των δύο μικρότερων πλευρών των δύο τριγώνων.

$$\frac{\mathrm{B\Gamma}}{\mathrm{E\Delta}}=\frac{12}{4}=3$$

$$\frac{\mathrm{A\Gamma}}{\mathrm{\Delta\Gamma}}=\frac{9}{3}=3$$

$$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{E\Gamma}}=\frac{6}{2}=3$$

Παρατηρούμε ότι ισχύει: $\frac{\mathrm{B\Gamma}}{\mathrm{E\Delta}}=\frac{\mathrm{A\Gamma}}{\mathrm{\Delta\Gamma}}=\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{E\Gamma}}$ δηλαδή τα δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ανάλογες, οπότε από το $3^{ο}$ κριτήριο ομοιότητας είναι όμοια.

Επομένως θα έχουν τις γωνίες που σχηματίζονται από ομόλογες πλευρές ίσες:

Αρα $\hat{\mathrm{A}}=\mathrm{E}\hat{\Gamma}\Delta$, $\hat{\mathrm{B}}=\hat{\mathrm{E}}$ και $\hat{\Gamma}=\hat{\Delta}$

Επειδή $\hat{\mathrm{A}}=\mathrm{E}\hat{\Gamma}\Delta$, δηλαδή οι ευθείες ΑΒ και ΓΔ τεμνόμενες από την ΑΓ σχηματίζουν δύο εντός εναλλάξ γωνίες ίσες, συμπεραίνω ότι ΑΒ//ΓΔ. *§ 4.2 Θεώρημα*