

2010 ΘΕΜΑ Γ 2010 ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Οι τιμές της απώλειας βάρους, σε κιλά, **160** ατόμων, τα οποία ακολούθησαν ένα πρόγραμμα αδυνατίσματος, έχουν ομαδοποιηθεί σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους, όπως εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα:

ΑΠΩΛΕΙΑ ΒΑΡΟΥΣ ΣΕ ΚΙΛΑ	ΚΕΝΤΡΟ ΚΛΑΣΗΣ x_i	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ v_i
[0 - ...)	...	20
[... - ...)	6	40
[... - ...)	...	45
[... - ...)	...	30
[... - ...)	...	25
ΣΥΝΟΛΟ		160

Γ1. Να αποδείξετε ότι το πλάτος c κάθε κλάσης είναι ίσο με 4

Μονάδες 6

Γ2. Αφού μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα σωστά συμπληρωμένο, να υπολογίσετε τη μέση τιμή \bar{x} και την τυπική απόκλιση s .

Μονάδες 8

Γ3. Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

Μονάδες 5

Γ4. Αν κάθε άτομο έχει την ίδια πιθανότητα να επιλεγεί, να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου

A: « η απώλεια βάρους ενός ατόμου που επιλέχθηκε τυχαία να είναι από 7 μέχρι και 14 κιλά».

Μονάδες 6

Δίνεται ο τύπος
$$s^2 = \frac{1}{v} \left[\sum_{i=1}^k x_i^2 v_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^k x_i v_i \right)^2}{v} \right]$$

Λύση:

Γ1. Αν το πλάτος της κλάσης είναι c , τότε η δεύτερη κλάση είναι $[c, 2c)$ οπότε αφού η μέση τιμή είναι 6 έχουμε:

$$6 = \frac{c + 2c}{2} \Leftrightarrow 3c = 12 \Leftrightarrow c = 4$$

Γ2.

ΑΠΩΛΕΙΑ ΒΑΡΟΥΣ ΣΕ ΚΙΛΑ	ΚΕΝΤΡΟ ΚΛΑΣΗΣ x_i	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ v_i	$x_i \cdot v_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$v_i (x_i - \bar{x})^2$
$[0, 4)$	2	20	40	-8	64	1280
$[4, 8)$	6	40	240	-4	16	640
$[8, 12)$	10	45	450	0	0	0
$[12, 16)$	14	30	420	4	16	480
$[16, 20)$	18	25	450	8	64	1600
Σύνολο		160	1600			4000

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i v_i}{v} = \frac{1600}{160} = 10$$

$$s^2 = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2 v_i = \frac{1}{160} 4000 = \frac{100}{4} = 25$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{25} = 5$$

Γ3. $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{5}{10} = 0,5 > 0,1$ άρα το δείγμα είναι ανομοιογενές.

Γ4. Θεωρώντας ότι τα άτομα είναι ομοιόμορφα κατανεμημένα σε κάθε κλάση έχουμε:

Απώλεια κιλων στο διάστημα $[7, 8)$ είχαν $\frac{1}{4} 40 = 10$ άτομα

Απώλεια κιλων στο διάστημα $[8, 12)$ είχαν 45 άτομα

Απώλεια κιλων στο διάστημα $[12, 14]$ είχαν $\frac{2}{4} 30 = 15$

Άρα απώλεια κιλών στο διάστημα $[7,14]$ είχαν $10+45+15=70$ άτομα οπότε:

$$P(A) = \frac{70}{160} = \frac{7}{16}$$

Σημείωση: Δεν χρησιμοποίησα τον τύπο που δίνεται για τον υπολογισμό της διακύμανσης γιατί και με τον αρχικό τύπο ο υπολογισμός είναι ίσως πιο εύκολος.