

ΠΡΟΣΟΧΗ! Επισημαίνω ότι οι λύσεις ούτε πλήρεις είναι ούτε έχουν διπλοελεγχθεί τουλάχιστον μέχρι τώρα. Έτσι ο αναγνώστης πρέπει να έχει υπόψη του ότι μπορεί να υπάρχουν ελλείψεις ή και λάθη και να χρησιμοποιεί τις σημειώσεις με δική του ευθύνη.

2001

2002

ΘΕΜΑ 1ο

A. Ας υποθέσουμε ότι x_1, x_2, \dots, x_k είναι οι τιμές μιας μεταβλητής X , που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους n , όπου k, n μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με $k \leq n$.

α. Τι ονομάζεται απόλυτη συχνότητα v_i , που αντιστοιχεί στην τιμή x_i , $i = 1, 2, \dots, k$; **Μονάδες 3**

β. Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i , $i = 1, 2, \dots, k$; **Μονάδες 3**

γ. Να αποδείξετε ότι:

i) $0 \leq f_i \leq 1$ για $i = 1, 2, \dots, k$

ii) $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$.

Μονάδες 4

Απάντηση:

α. Στην τιμή x_i αντιστοιχίζεται η απόλυτη συχνότητα v_i , δηλαδή ο φυσικός αριθμός που δείχνει πόσες φορές εμφανίζεται η τιμή x_i της εξεταζόμενης μεταβλητής X στο σύνολο των παρατηρήσεων.

β. Αν διαιρέσουμε τη συχνότητα v_i με το μέγεθος n του δείγματος, προκύπτει η σχετική συχνότητα (*relative frequency*) f_i της τιμής x_i , δηλαδή:

$$f_i = \frac{v_i}{n} \quad i = 1, 2, \dots, k$$

γ. i) Αφού $0 \leq v_i \leq n \Rightarrow \frac{0}{n} \leq \frac{v_i}{n} \leq \frac{n}{n} \Rightarrow 0 \leq f_i \leq 1$

ii) $f_1 + f_2 + \dots + f_k = \frac{v_1}{n} + \frac{v_2}{n} + \dots + \frac{v_k}{n} = \frac{v_1 + v_2 + \dots + v_k}{n} = \frac{n}{n} = 1$

Σωστό - Λάθος

2002 Επαναληπτικές

Σωστό - Λάθος

2003

Γ. Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου (δ) ενός δείγματος n παρατηρήσεων. **Μονάδες 6**

Απάντηση:

Διάμεσος (δ) ενός δείγματος n παρατηρήσεων οι οποίες έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά ορίζεται ως η μεσαία παρατήρηση, όταν το n είναι περιττός αριθμός, ή ο μέσος όρος (ημιάθροισμα) των δύο μεσαίων παρατηρήσεων όταν το n είναι άρτιος αριθμός.

Σχόλιο: σχολικό σ. 87

Σωστό - Λάθος

α. Το εύρος είναι μέτρο θέσης.

Λάθος

Σχόλιο: σχολικό σ. 92 .Το ορθό είναι ότι είναι μέτρο διασποράς

β. Η διακύμανση εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις.

Λάθος

Σχόλιο: σχολικό σ. 95

ε. Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται μόνο για τη γραφική παράσταση των ποσοτικών μεταβλητών.

Λάθος

Σχόλιο: σχολικό σ. 70

2003 Επαναληπτικές

Σωστό – Λάθος

Γ. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Μέτρο θέσης ενός συνόλου δεδομένων είναι :

α. το εύρος

β. η διάμεσος

γ. η διακύμανση

δ. η τυπική απόκλιση.

Μονάδες 5

Απάντηση:

β.

Απάντηση:

Ο συντελεστής μεταβολής ή συντελεστής μεταβλητότητας (coefficient of variation), ορίζεται ως:

$$\square CV = \frac{s}{\bar{x}} \quad \text{αν } \bar{x} > 0$$

$$\square CV = \frac{s}{|\bar{x}|} \quad \text{αν } \bar{x} < 0$$

Αποτελεί ένα μέτρο με το οποίο μας βοηθά στη σύγκριση ομάδων τιμών, που

i) είτε εκφράζονται σε διαφορετικές μονάδες μέτρησης

ii) είτε εκφράζονται στην ίδια μονάδα μέτρησης, αλλά έχουν σημαντικά διαφορετικές μέσες τιμές, είναι ο συντελεστής μεταβολής ή συντελεστής μεταβλητότητας ο οποίος ορίζεται από το λόγο:

Ο συντελεστής μεταβολής εκφράζεται επί τοις εκατό, είναι συνεπώς ανεξάρτητος από τις μονάδες μέτρησης και παριστάνει ένα μέτρο σχετικής διασποράς των τιμών και όχι της απόλυτης διασποράς, Εκφράζει, δηλαδή, τη μεταβλητότητα των δεδομένων απαλλαγμένη από την επίδραση της μέσης τιμής.

2004

Σωστό – Λάθος

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Η συχνότητα της τιμής x_i μιας μεταβλητής X είναι αρνητικός αριθμός.

Λάθος

β. Στην κανονική κατανομή το 95% των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(x - s, x + s)$, όπου x είναι η μέση τιμή των παρατηρήσεων και s η τυπική τους απόκλιση.

Λάθος

γ. Αν διαιρέσουμε τη συχνότητα n_i μιας μεταβλητής X με το μέγεθος n του δείγματος, προκύπτει η σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i .

Μονάδες 6

Σωστό

2004 Επαναληπτικές

Σωστό - Λάθος

στ. Το μέτρο διασποράς εύρος ισούται με τη διαφορά της ελάχιστης παρατήρησης από τη μέγιστη παρατήρηση.

Μονάδες 2

Λάθος

Σχόλιο: Αυτό που περιγράφει είναι το εύρος ή κύμανση (range) (σχολικό σ92)

2005

Β. α. Ποιες μεταβλητές λέγονται ποσοτικές;

Μονάδες 3

Απάντηση:

Ποσοτικές λέγονται οι μεταβλητές, των οποίων οι τιμές είναι αριθμοί.

β. Πότε μια ποσοτική μεταβλητή ονομάζεται **διακριτή** και πότε **συνεχής**;

Μονάδες 4

Απάντηση:

i) Μια ποσοτική μεταβλητή ονομάζεται **διακριτή**, όταν παίρνει μόνο “μεμονωμένες” τιμές.

Τέτοιες μεταβλητές είναι, για παράδειγμα, ο αριθμός των υπαλλήλων μιας επιχείρησης (με τιμές 1,2,...), το αποτέλεσμα της ρίψης ενός ζαριού (με τιμές 1,2,...,6) κτλ.

ii) Μια ποσοτική μεταβλητή ονομάζεται **συνεχής**, όταν μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή ενός διαστήματος πραγματικών αριθμών (α, β) .

Παραδείγματα συνεχών μεταβλητών είναι το ύψος και το βάρος των μαθητών της Γ΄ Λυκείου, ο χρόνος που χρειάζονται οι μαθητές να απαντήσουν στα θέματα μιας εξέτασης, η διάρκεια μιας τηλεφωνικής συνδιάλεξης κτλ.

Σωστό - Λάθος

γ. Η διακύμανση είναι μέτρο θέσης.

Μονάδες 2

Λάθος

Σχόλιο: Είναι μέτρο διασποράς (σχολικό σ.93)

2005 Επαναληπτικές (επίσης 2008, 2012 και 2015)

A3. Πώς ορίζεται ο συντελεστής μεταβολής ή συντελεστής μεταβλητότητας μιας μεταβλητής X , αν $\bar{x} > 0$ και πώς, αν $\bar{x} < 0$;

Μονάδες 4

Απάντηση:

Ο συντελεστής μεταβολής ή συντελεστής μεταβλητότητας ορίζεται ως:

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} \quad \text{αν } \bar{x} > 0$$

$$CV = \frac{s}{|\bar{x}|} \quad \text{αν } \bar{x} < 0$$

Σωστό - Λάθος

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα, το οποίο αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

α. Οι ποιοτικές μεταβλητές διακρίνονται σε διακριτές και συνεχείς. **Μονάδες 2**

Λάθος

γ. Στην περίπτωση των ποσοτικών μεταβλητών, εκτός από τις συχνότητες f_i και n_i , χρησιμοποιούνται και οι λεγόμενες αθροιστικές συχνότητες F_i , N_i . **Μονάδες 2**

Σωστό (σχολικό σ.66)

δ. Τα σπουδαιότερα μέτρα διασποράς μιας μεταβλητής είναι η μέση τιμή και η διάμεσος αυτής.

Μονάδες 2

Λάθος

Σχόλιο: Είναι μέτρα θέσης και όχι διασποράς

2006

Σωστό – Λάθος

δ. Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση μόνο ποσοτικών δεδομένων.

Μονάδες 2

Λάθος

Σχόλιο: Σχολικό σ.70

2006 Επαναληπτικές

Σωστό – Λάθος

γ. Ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV) είναι ανεξάρτητος από τις μονάδες μέτρησης των δεδομένων.

Μονάδες 2

Σωστό

δ. Η διάμεσος δ είναι μέτρο διασποράς.

Μονάδες 2

Λάθος

2007

β. Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου (δ) ενός δείγματος n παρατηρήσεων, όταν ο n είναι άρτιος αριθμός.

Μονάδες 3

Απάντηση

Διάμεσος (δ) ενός δείγματος n αρτίων παρατηρήσεων οι οποίες έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά είναι ο μέσος όρος (ημιάθροισμα) των δύο μεσαίων παρατηρήσεων. (σχολικό σ.87)

Σωστό - Λάθος

Γ1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Στην περίπτωση των ποσοτικών μεταβλητών, οι αθροιστικές σχετικές συχνότητες F_i εκφράζουν το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής x_i .

Μονάδες 2

Σωστό

2007 Επαναληπτικές

Σωστό – Λάθος

Γ1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα, το οποίο αντιστοιχεί στην κάθε πρόταση.

α. Έστω ότι έχουμε ένα δείγμα μεγέθους n και ότι f_i , $i=1,2,\dots,k$, είναι οι αντίστοιχες σχετικές συχνότητες των τιμών x_i μιας μεταβλητής. Αν α_i είναι το αντίστοιχο τόξο ενός κυκλικού τμήματος στο κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων, τότε: $\alpha_i = 360^\circ \cdot f_i$, για $i=1,2,\dots,k$. **Μονάδες 2**

Σωστό

2008 (επίσης 2005 και 2012 και 2015)

A3. Πώς ορίζεται ο συντελεστής μεταβολής ή συντελεστής μεταβλητότητας μιας μεταβλητής X , αν $\bar{x} > 0$ και πώς, αν $\bar{x} < 0$; **Μονάδες 4**

Απάντηση:

Συντελεστής μεταβολής ή συντελεστής μεταβλητότητας ορίζεται ως:

$$\bullet CV = \frac{s}{\bar{x}} \quad \text{αν } \bar{x} > 0$$

$$\bullet CV = \frac{s}{|\bar{x}|} \quad \text{αν } \bar{x} < 0$$

Σωστό – Λάθος

β. Η διάμεσος d ενός δείγματος n παρατηρήσεων t_1, t_2, \dots, t_n είναι πάντοτε μία από τις παρατηρήσεις αυτές. **Μονάδες 2**

Λάθος

Σχόλιο: Είναι σωστό μόνο αν το πλήθος n των παρατηρήσεων είναι περιττός αριθμός.

σχολικό βιβλίο σ. 87

ε. Στο ιστόγραμμα συχνοτήτων ομαδοποιημένων δεδομένων, το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το μέγεθος του δείγματος.

Μονάδες 2

Σωστό

Σχόλιο: σχολικό βιβλίο σ. 74

B. α. Να δώσετε τον ορισμό της **διακύμανσης** των παρατηρήσεων t_1, t_2, \dots, t_n μιας μεταβλητής X .

Μονάδες 3

Απάντηση

▪ Η **διακύμανση** ή **διασπορά** (variance) ορίζεται ως ο μέσος όρος των τετραγώνων των αποκλίσεων των παρατηρήσεων t_1, t_2, \dots, t_n μια μεταβλητής X από τη μέση τιμή τους \bar{x} . Δηλαδή ορίζεται από την σχέση:

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{x})^2 .$$

Ο τύπος αυτός αποδεικνύεται ότι μπορεί να πάρει την ισοδύναμη μορφή:

$$s^2 = \frac{1}{n} \left\{ \sum_{i=1}^n t_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n t_i \right)^2}{n} \right\}$$

η οποία διευκολύνει σημαντικά τους υπολογισμούς κυρίως όταν η μέση τιμή \bar{x} δεν είναι ακέραιος αριθμός.

▪ Όταν έχουμε πίνακα συχνοτήτων ή ομαδοποιημένα δεδομένα, η διακύμανση ορίζεται από την σχέση:

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 v_i$$

ή την ισοδύναμη μορφή:

$$s^2 = \frac{1}{n} \left\{ \sum_{i=1}^k x_i^2 v_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^k x_i v_i \right)^2}{n} \right\}$$

όπου x_1, x_2, \dots, x_k οι τιμές της μεταβλητής (ή τα κέντρα των κλάσεων) με αντίστοιχες συχνότητες v_1, v_2, \dots, v_k

Σωστό - Λάθος

α. Γενικά δεχόμαστε ότι ένα δείγμα τιμών μιας μεταβλητής είναι ομοιογενές, εάν ο συντελεστής μεταβολής του δείγματος δεν ξεπερνά το 10%. **Μονάδες 2**

Σωστό

Σχόλιο: Σχολικό: σ.97

ε. Το **διάγραμμα συχνοτήτων** χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.

Μονάδες 2

Λάθος

Σχόλιο: Σχολικό: σ.69

2009

Β. Αν x_1, x_2, \dots, x_k είναι οι τιμές μιας μεταβλητής X που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους n ($k \leq n$), να ορίσετε τη σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i , $i=1, 2, \dots, k$.

Μονάδες 5

Απάντηση:

$$f_i = \frac{V_i}{n}$$

Σωστό - Λάθος

δ. Το **ραβδόγραμμα** χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.

Μονάδες 2

Σωστό

Σχόλιο: Σχολικό σ.87. Για τις ποιοτικές έχουμε το διάγραμμα συχνοτήτων.

ε. Η μέση τιμή ενός συνόλου n παρατηρήσεων είναι ένα μέτρο θέσης.

Μονάδες 2

Σωστό

2009 Επαναληπτικές

Σωστό - Λάθος

γ. Η διάμεσος ενός δείγματος παρατηρήσεων είναι η τιμή για την οποία το πολύ 50% των παρατηρήσεων είναι μικρότερες από αυτήν και το πολύ 50% των παρατηρήσεων είναι μεγαλύτερες από την τιμή αυτήν.

Μονάδες 2

Σωστό

Σχόλιο: σχολικό βιβλίο σ. 88

δ. Αν η καμπύλη συχνοτήτων για ένα χαρακτηριστικό είναι κανονική ή περίπου κανονική με τυπική απόκλιση s και εύρος R , τότε ισχύει $s \approx 6R$

Μονάδες 2

Λάθος

Σχόλιο: Το ορθό είναι $R \approx s$ σχολικό σ. 95 τελευταίες δύο γραμμές

A1. Έστω t_1, t_2, \dots, t_n οι παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής X ενός δείγματος μεγέθους n , που έχουν μέση τιμή \bar{x}

Σχηματίζουμε τις διαφορές $t_1 - \bar{x}, t_2 - \bar{x}, \dots, t_n - \bar{x}$

Να αποδείξετε ότι ο αριθμητικός μέσος των διαφορών αυτών είναι ίσος με μηδέν.

Μονάδες 7

Απάντηση:

$$\frac{(t_1 - \bar{x}) + (t_2 - \bar{x}) + \dots + (t_n - \bar{x})}{n} = \frac{t_1 + t_2 + \dots + t_n}{n} - \frac{n\bar{x}}{n} = \bar{x} - \bar{x} = 0$$

A2. Αν x_1, x_2, \dots, x_n είναι οι παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής X ενός δείγματος μεγέθους n και w_1, w_2, \dots, w_n είναι οι αντίστοιχοι συντελεστές στάθμισης (βαρύτητας), να ορίσετε το σταθμικό μέσο της μεταβλητής X .

Μονάδες 4

Απάντηση:

Ο σταθμικός μέσος βρίσκεται από τον τύπο:

$$\bar{x} = \frac{x_1 w_1 + x_2 w_2 + \dots + x_n w_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

Σωστό - Λάθος

ε) Η διάμεσος είναι ένα μέτρο θέσης, το οποίο επηρεάζεται από τις ακραίες παρατηρήσεις.

Λάθος

2010 Επαναληπτικές

γ) Σε μια ομαδοποιημένη κατανομή με κλάσεις ίσου πλάτους οι διαδοχικές κεντρικές τιμές των κλάσεων διαφέρουν μεταξύ τους όσο και το πλάτος κάθε κλάσης.

Σωστό

δ) Σε μια ομαδοποιημένη κατανομή με κλάσεις ίσου πλάτους το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το μέγεθος n του δείγματος.

Λάθος

A3. Τι εκφράζει η σχετική συχνότητα f_i μιας παρατήρησης x_i ενός δείγματος.

Μονάδες 4

Απάντηση:

Αν διαιρέσουμε τη συχνότητα v_i με το μέγεθος v του δείγματος, προκύπτει η **σχετική συχνότητα** (relative frequency) f_i της τιμής x_i , δηλαδή

$$f_i = \frac{v_i}{v}$$

Εκφράζει το κλάσμα των παρατηρήσεων έχει τιμή x_i .

Σωστό – Λάθος

α) Η διακύμανση εκφράζεται στις ίδιες μονάδες με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις.

Μονάδες 2

Λάθος

(σ. 95 σχολικού) *Ιδιο με θέμα 2015*

β) Σε μία κανονική κατανομή το εύρος ισούται περίπου με έξι φορές τη μέση τιμή, δηλαδή $R \approx 6 \bar{x}$.

Μονάδες 2

Λάθος

Σχόλιο: σ.95 iv) σχολικό. Το σωστό είναι 6 τυπικές αποκλίσεις δηλαδή $R \approx 6s$.

δ) Πάντοτε ένα μεγαλύτερο δείγμα δίνει πιο αξιόπιστα αποτελέσματα από ένα μικρότερο δείγμα.

Μονάδες 2

Λάθος

Σχόλιο: σ.60 σχολικό. Δεν παίζει ρόλο μόνο το μέγεθος του δείγματος αλλά και πόσο αντιπροσωπευτικό του πληθυσμού είναι.

ε) Ένα δείγμα τιμών μιας μεταβλητής είναι **ομοιογενές**, αν ο συντελεστής μεταβλητότητας δεν ξεπερνά το 10%.

Μονάδες 2

Σωστό

Σχόλιο: σ.97 σχολικό

2011 επαναληπτικές

Σωστό - Λάθος

γ) Η αθροιστική συχνότητα N_i μίας κατανομής εκφράζει το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής x_i .

Σωστό

Σχόλιο: σχολικό βιβλίο σ.66

δ) Στην κανονική κατανομή το 95% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$, όπου \bar{x} η μέση τιμή και s η τυπική απόκλιση.

Λάθος

Σχόλιο: σχολικό βιβλίο σ.95. Το ορθό είναι 68%

ε) Η διάμεσος (δ) ενός δείγματος n παρατηρήσεων, οι οποίες έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά, ορίζεται πάντα ως η μεσαία παρατήρηση.

Λάθος

Σχόλιο: σχολικό βιβλίο σ.87. Ισχύει μόνο για περιττό πλήθος παρατηρήσεις.

2012 (ίδιο με 2015)

A3. Πώς ορίζεται ο συντελεστής μεταβολής ή συντελεστής μεταβλητότητας μιας μεταβλητής X , αν $\bar{x} > 0$ και πώς, αν $\bar{x} < 0$;

Μονάδες 4

Απάντηση:

Συντελεστής μεταβολής ή συντελεστής μεταβλητότητας ορίζεται ως:

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} \quad \text{αν } \bar{x} > 0$$

$$CV = \frac{s}{|\bar{x}|} \quad \text{αν } \bar{x} < 0$$

α) Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται μόνο για τη γραφική παράσταση ποσοτικών δεδομένων
(μονάδες 2).

Λάθος

Σχόλιο: σχολικό βιβλίο σ.70

δ) Το εύρος, η διακύμανση και η τυπική απόκλιση των τιμών μιας μεταβλητής είναι μέτρα διασποράς
(μονάδες 2).

Σωστό

Σχόλιο: σχολικό βιβλίο σ.91-95

A2. Αν t_1, t_2, \dots, t_n είναι οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X ενός δείγματος μεγέθους n , τότε να ορίσετε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων. **Μονάδες 4**

Απάντηση:

Μέση τιμή ενός συνόλου n παρατηρήσεων ορίζεται ως το άθροισμα των παρατηρήσεων διά του πλήθους των παρατηρήσεων.

Όταν σε ένα δείγμα μεγέθους n οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X είναι t_1, t_2, \dots, t_n , τότε η μέση τιμή συμβολίζεται με \bar{x} και δίνεται από τη σχέση:

$$\bar{x} = \frac{t_1 + t_2 + \dots + t_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i$$

όπου το σύμβολο $\sum_{i=1}^n t_i$ παριστάνει μια συντομογραφία του αθροίσματος $t_1 + t_2 + \dots + t_n$ και διαβάζεται

“άθροισμα των t_i από $i = 1$ έως n ”. Συχνά, όταν δεν υπάρχει πρόβλημα σύγχυσης, συμβολίζεται και ως

$$\sum t_i \text{ ή ακόμα πιο απλά με } \sum t$$

Σε μια κατανομή συχνοτήτων, αν x_1, x_2, \dots, x_k είναι οι τιμές της μεταβλητής X με συχνότητες v_1, v_2, \dots, v_k αντίστοιχα, η μέση τιμή ορίζεται ισοδύναμα από τη σχέση:

$$\bar{x} = \frac{x_1 v_1 + x_2 v_2 + \dots + x_k v_k}{v_1 + v_2 + \dots + v_k} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i v_i}{\sum_{i=1}^k v_i} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i v_i$$

Η παραπάνω σχέση ισοδύναμα γράφεται:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^k x_i \frac{v_i}{n} = \sum_{i=1}^k x_i f_i$$

Σωστό – Λάθος

α) Αν f_i είναι η σχετική συχνότητα της τιμής x_i μιας μεταβλητής X , τότε ισχύει: $0 \leq f_i \leq 1$

Σωστό

Σχόλιο: σχολικό βιβλίο σ.65. Τέθηκε η ίδια και το 2015

β) Αν x_i είναι η τιμή μιας ποσοτικής μεταβλητής X , τότε η αθροιστική σχετική συχνότητα F_i εκφράζει το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μεγαλύτερες της τιμής x_i

Λάθος

Σχόλιο: σχολικό βιβλίο σ.65.

A3. Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου (δ) ενός δείγματος n παρατηρήσεων. **Μονάδες 4**

Απάντηση:

Διάμεσος (δ) ενός δείγματος n παρατηρήσεων οι οποίες έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά ορίζεται ως η μεσαία παρατήρηση, όταν το n είναι περιττός αριθμός, ή ο μέσος όρος (ημιάθροισμα) των δύο μεσαίων παρατηρήσεων όταν το n είναι άρτιος αριθμός. (σχολικό σ.87)

Σωστό - Λάθος

γ) Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποσοτικής μεταβλητής. **(μονάδες 2)**

Λάθος

Σχόλιο.σ.87 σχολικό.Το ορθό είναι ποιοτικής μεταβλητής

δ) Η διάμεσος είναι ένα μέτρο θέσης, το οποίο επηρεάζεται από τις ακραίες παρατηρήσεις. **(μονάδες 2)**

Λάθος

Σχόλιο.σ.87 σχολικό.Το ορθό είναι ότι δεν επηρεάζεται.

2013 Επαναληπτικές

A2. Να ορίσετε το μέτρο διασποράς **εύρος** ή **κύμανση**. **(Μονάδες 4)**

Απάντηση:

Εύρος ή **κύμανση** (range) (R), που ορίζεται ως η διαφορά της ελάχιστης παρατήρησης από τη μέγιστη παρατήρηση, δηλαδή:

Εύρος R = Μεγαλύτερη παρατήρηση-Μικρότερη παρατήρηση

Σχόλιο.σ.92 σχολικό

Σωστό – Λάθος

γ) Σε μια ποσοτική μεταβλητή αντί του ραβδογράμματος χρησιμοποιείται το διάγραμμα συχνοτήτων.

(μονάδες 2)

Σωστό

Σχόλιο: σχολικό βιβλίο σ. 69

δ) Ένα δείγμα τιμών μιας μεταβλητής X χαρακτηρίζεται **ομοιογενές**, όταν ο συντελεστής μεταβολής ξεπερνά το 10% **(μονάδες 2)**

Λάθος

Σχόλιο: σχολικό βιβλίο σ. 97

A3. Πότε μια ποσοτική μεταβλητή λέγεται διακριτή και πότε συνεχής; **Μονάδες 4**

Απάντηση:

Διακριτή λέγεται η ποσοτική μεταβλητή που παίρνει μόνο «μεμονωμένες» τιμές.

Τέτοιες μεταβλητές είναι, για παράδειγμα, ο αριθμός των υπαλλήλων μιας επιχείρησης (με τιμές 1,2,...), το αποτέλεσμα της ρίψης ενός ζαριού (με τιμές 1,2,...,6) κτλ.

Συνεχής λέγεται μια ποσοτική μεταβλητή όταν μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή ενός διαστήματος πραγματικών αριθμών (α, β)

Τέτοιες μεταβλητές είναι το ύψος και το βάρος των μαθητών της Γ' Λυκείου, ο χρόνος που χρειάζονται οι μαθητές να απαντήσουν στα θέματα μιας εξέτασης, η διάρκεια μιας τηλεφωνικής συνδιάλεξης κτλ.

γ) Σε μια κανονική ή περίπου κανονική κατανομή το 95% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκονται στο διάστημα $(x - s, x + s)$, όπου x η μέση τιμή και s η τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων.

(μονάδες 2)

Λάθος

Σχόλιο: σ.95 σχολικού. Το ορθό είναι 68%

δ) Αν x_i είναι τιμή μιας ποσοτικής μεταβλητής X , τότε η αθροιστική συχνότητα N_i εκφράζει το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι μεγαλύτερες της τιμής x_i . **(μονάδες 2)**

Λάθος

Σχόλιο: σ.66 σχολικό Εκφράζει το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής x_i

ε) Το κυκλικό διάγραμμα είναι ένας κυκλικός δίσκος χωρισμένος σε κυκλικούς τομείς, τα εμβαδά ή, ισοδύναμα, τα τόξα των οποίων είναι ανάλογα προς τις αντίστοιχες συχνότητες n_i ή τις σχετικές συχνότητες f_i των τιμών x_i της μεταβλητής. **(μονάδες 2)**

Σωστό

Σχόλιο: σ.70 σχολικό

2014 Επαναληπτικές

A3. Τι ονομάζεται (απόλυτη) συχνότητα n_i της τιμής x_i μιας μεταβλητής X ; **Μονάδες 4**

Απάντηση:

Είναι ο φυσικός αριθμός που δείχνει πόσες φορές εμφανίζεται η τιμή x_i της εξεταζόμενης μεταβλητής X στο σύνολο των παρατηρήσεων.

Σχόλιο: σ. 65 σχολικό

Σωστό - Λάθος

α) Σε μια κανονική ή περίπου κανονική κατανομή το 99,7% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(x - 2s, x + 2s)$, όπου x η μέση τιμή και s η τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων. **(μονάδες 2)**

Λάθος

Σχόλιο: σ. 95 σχολικό. Σε αυτό το διάστημα βρίσκεται το 95% περίπου των παρατηρήσεων.

β) Σε ομαδοποιημένα δεδομένα το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι πάντοτε ίσο με ένα. **(μονάδες 2)**

Λάθος

Σχόλιο: σ. 74 σχολικό. Το σωστό είναι ότι το εμβαδό είναι ίσο με το μέγεθος του δείγματος n .

Ίσο με ένα είναι το εμβαδό που ορίζεται από το πολύγωνο **σχετικών** συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα.

- A3.** Αν X_1, X_2, \dots, X_n είναι οι παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής X ενός δείγματος μεγέθους n και w_1, w_2, \dots, w_n είναι οι αντίστοιχοι συντελεστές στάθμισης (βαρύτητας), να ορίσετε τον σταθμικό μέσο της μεταβλητής X .
Μονάδες 4

Απάντηση:

$$\bar{x} = \frac{x_1 w_1 + x_2 w_2 + \dots + x_n w_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

Σχόλιο: σχολικό σ. 87

2015 Σωστό Λάθος

γ) Η διακύμανση των παρατηρήσεων μιας ποσοτικής μεταβλητής X εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις.

Λάθος

(σ. 95 σχολικού)

δ) Αν για τους συντελεστές μεταβολής των δειγμάτων και ισχύει $CV_B > CV_A$, τότε λέμε ότι το δείγμα Β εμφανίζει μεγαλύτερη ομοιογένεια από το δείγμα Α.

Λάθος

σ.96-97 σχολικό (όσο πιο μικρός είναι ο συντελεστής μεταβολής τόσο πιο ομοιογενές είναι το δείγμα)

A3. Πώς ορίζεται ο συντελεστής μεταβολής ή συντελεστής μεταβλητότητας των παρατηρήσεων μιας ποσοτικής μεταβλητής X , αν $\bar{x} > 0$, και πώς, αν $\bar{x} < 0$;

Μονάδες 4

Απάντηση:

Συντελεστής μεταβολής ή συντελεστής μεταβλητότητας

▪ $CV = \frac{s}{\bar{x}}$ αν $\bar{x} > 0$

▪ $CV = \frac{s}{|\bar{x}|}$ αν $\bar{x} < 0$

2015 Σωστό- Λάθος (Ξανατέθηκε το 2012 επαναληπτικές)

γ) Για τη σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i μιας μεταβλητής X , ισχύει ότι $0 \leq f_i \leq 1$

Σωστό

Σχόλιο: Δες σ.65 σχολικού .Εξήγηση: Είναι $f_i = \frac{v_i}{v}$ και δεδομένου ότι

$$0 \leq v_i \leq v \Rightarrow \frac{0}{v} \leq \frac{v_i}{v} \leq \frac{v}{v} \Rightarrow 0 \leq f_i \leq 1$$

δ) Η τυπική απόκλιση s των παρατηρήσεων μιας ποσοτικής μεταβλητής X είναι μέτρο θέσης.

Λάθος

Σχόλιο : Είναι μέτρο διασποράς (σ.91 και σ. 95 σχολικού)