

2001 ΘΕΜΑ 4ο

Σε έρευνα που έγινε στους μαθητές μιας πόλης, για τον χρόνο που κάνουν να πάνε από το σπίτι στο σχολείο, διαπιστώθηκε ότι το 50% περίπου των μαθητών χρειάζεται περισσότερο από 12 λεπτά, ενώ το 16% περίπου χρειάζεται λιγότερο από 10 λεπτά.

Υποθέτουμε ότι η κατανομή του χρόνου της διαδρομής είναι κατά προσέγγιση κανονική.

A. Να βρείτε το μέσο χρόνο διαδρομής των μαθητών και την τυπική απόκλιση του χρόνου διαδρομής τους. **Μονάδες 6**

B. Να εξετάσετε, αν το δείγμα είναι ομοιογενές. **Μονάδες 6**

Γ. Αν οι μαθητές της πόλης είναι 4.000, πόσοι μαθητές θα κάνουν χρόνο διαδρομής από 14 έως 16 λεπτά. **Μονάδες 6**

Δ. Μια μέρα, λόγω έργων στον κεντρικό δρόμο της πόλης, κάθε μαθητής καθυστέρησε 5 λεπτά. Να βρείτε πόσο μεταβάλλεται ο συντελεστής μεταβολής (CV). **Μονάδες 7**

Λύση:

A. Είναι $\delta=12$ οπότε επειδή είναι κατά προσέγγιση κανονική και $\bar{x} = \delta = 12$

Το 16% των παρατηρήσεων βρίσκεται κάτω από το $\bar{x} - s$ άρα $\bar{x} - s = 10 \Leftrightarrow s = \bar{x} - 10 = 12 - 10 = 2$

B. $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} > \frac{1}{10}$ άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

Γ. Το διάστημα από 14 έως 16 είναι $(12 + 2, 12 + 2 \cdot 2)$ δηλαδή είναι το διάστημα $(\bar{x} + s, \bar{x} + 2s)$.

Αρα από την θεωρία σε αυτό το διάστημα βρίσκεται το $\frac{95\% - 68\%}{2} = \frac{27}{2} = 13,5\%$ των παρατηρήσεων

Αρα αυτόν τον χρόνο θα κάνουν $4000 \cdot 13,5\% = 540$ μαθητές.

Δ. Αν με x_i συμβολίσουμε τους αρχικούς χρόνους, και τους νέους χρόνους με y_i , τότε έχουμε

$y_i = x_i + 5$, οπότε όπως γνωρίζουμε (από την εφαρμογή 3 σ. 99 του σχολικού βιβλίου) έχουμε:

$\bar{y} = \bar{x} + 5$ και $s_y = s_x$ οπότε

$$CV_y = \frac{s_y}{\bar{y}} = \frac{s_x}{\bar{x} + 5} = \frac{s_x}{\bar{x} \left(1 + \frac{5}{\bar{x}}\right)} = \frac{s_x}{\bar{x} \left(1 + \frac{5}{12}\right)} = \frac{s_x}{\bar{x}} \cdot \frac{1}{\frac{17}{12}} = CV_x \cdot \frac{12}{17} = CV_x \cdot \left(1 - \frac{5}{17}\right) = CV_x - \frac{5}{17} \cdot CV_x$$

άρα έχουμε μείωση $\frac{5}{17} \cdot CV_x = \frac{5}{17} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{102} \approx 0,490 \approx 4,9\%$

500	102
408	0,0490
920	
918	
20	

