

Έχουμε 30 σφαίρες μέσα σ' ένα δοχείο, αριθμημένες από το 1 έως το 30. Επιλέγουμε στην τύχη μία σφαίρα. Έστω A το ενδεχόμενο ο αριθμός της σφαίρας να είναι άρτιος και B το ενδεχόμενο ο αριθμός αυτός να είναι πολλαπλάσιο του 5.

Αν A', B' είναι τα συμπληρωματικά ενδεχόμενα των A και B αντιστοίχως, να υπολογίσετε τις πιθανότητες :

α. P(A) και P(B) **Μονάδες 6**

β. P(A ∪ B) **Μονάδες 6**

γ. P(A ∪ B')

**Μονάδες 6**

δ. P((A' ∩ B) ∪ (A ∩ B')) **Μονάδες 7**

**Λύση:**

α. • A = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30} \* άρα N(A) = 15.

Εναλλακτικά:

Οι άρτιοι από το 2 έως το 30 σχηματίζουν αριθμητική πρόοδο με  $\alpha_1 = 2$ ,  $\alpha_n = 30$  και  $\omega = 2$

$$\alpha_n = \alpha_1 + (n-1)\omega \Rightarrow 30 = 2 + (n-1)2 \Rightarrow 30 = 2 + 2n - 2 \Rightarrow 30 = 2n \Rightarrow n = \frac{30}{2} = 15$$

Άρα από τον κλασσικό ορισμό της πιθανότητας έχουμε:

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

• B = {5, 10, 15, 20, 25, 30} οπότε N(B) = 6.

Άρα από τον κλασσικό ορισμό της πιθανότητας έχουμε:

$$P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

β. A ∩ B = {10, 20, 30} οπότε N(A ∩ B) = 3.

Άρα από τον κλασσικό ορισμό της πιθανότητας έχουμε:

$$P(A \cap B) = \frac{N(A \cap B)}{N(\Omega)} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} = \frac{5}{10} + \frac{2}{10} - \frac{1}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\gamma. P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A \cap B') = P(A) + 1 - P(B) - P(A - B) =$$

$$P(A) + 1 - P(B) - (P(A) - P(A \cap B)) = \cancel{P(A)} + 1 - P(B) - \cancel{P(A)} + P(A \cap B) = 1 - P(B) + P(A \cap B)$$

$$= 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{10}{10} - \frac{2}{10} + \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

δ.  $A' \cap B = B - A$      $A \cap B' = A - B$ . Προφανώς τα  $B - A$  και  $A - B$  είναι ασυμβίβαστα ενδεχόμενα, οπότε γι' αυτά ισχύει ο απλός προσθετικός νόμος. Έτσι έχουμε:

$$P((A' \cap B) \cup (A \cap B')) = P((B - A) \cup (A - B)) = P(B - A) + P(A - B) =$$

$$P(B) - P(A \cap B) + P(A) - P(A \cap B) = P(B) + P(A) - 2P(A \cap B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{5} + \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{1}{2}$$