

2006 Επαναληπτικές ΘΕΜΑ 4ο

Οι απουσίες των μαθητών της Γ΄ τάξης ενός Ενιαίου Λυκείου κατά τους μήνες Ιανουάριο – Φεβρουάριο – Μάρτιο – Απρίλιο του έτους 2006 έχουν ομαδοποιηθεί σε τέσσερις κλάσεις ίσου πλάτους και εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα σχετικών συχνοτήτων:

Απουσίες μαθητών	Κέντρο κλάσης x_i	Σχετική συχνότητα f_i
[... - ...)	...	0,1
[... - 7)
[... - ...)	...	0,3
[... - ...)	10	...
Σύνολο	////////////////////	1

Αν επιπλέον δίνεται ότι η σχετική συχνότητα της 4ης κλάσης f_4 είναι διπλάσια της σχετικής συχνότητας της 2ης κλάσης f_2 , τότε:

α. Να αποδείξετε ότι το πλάτος c των κλάσεων ισούται με 2. **Μονάδες 10**

β. Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα σχετικών συχνοτήτων στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τα κενά, αφού υπολογίσετε τις αντίστοιχες τιμές. **Μονάδες 5**

γ. i. Να βρείτε τη μέση τιμή \bar{x} . **Μονάδες 4**

ii. Να βρείτε την τυπική απόκλιση s . **Μονάδες 6**

Δίνεται ο τύπος:
$$s^2 = \frac{1}{\nu} \left\{ \sum_{i=1}^k x_i^2 \nu_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^k x_i \nu_i \right)^2}{\nu} \right\}$$

Λύση:

α. Αν c το πλάτος της κάθε κλάσης τότε η Τρίτη κλάση είναι $[7, 7+c)$ και η τέταρτη

$[7+c, 7+c+c) = [7+c, 7+2c)$. Επειδή το κέντρο της κλάσης είναι 10 έχουμε:

$$\frac{7+c+7+2c}{2} = 10 \Leftrightarrow \frac{14+3c}{2} = 10 \Leftrightarrow 14+3c = 20 \Leftrightarrow 3c = 20-14 \Leftrightarrow 3c = 6 \Leftrightarrow c = \frac{6}{3} \Leftrightarrow c = 2.$$

β.

Κλάσεις	Κεντρικές τιμές x_i	Σχετική συχνότητα f_i
[3, 5)	4	0,1
[5, 7)	6	0,2
[7, 9)	8	0,3
[9, 11)	10	0,4
Σύνολο		1

γ. $f_4 = 2 f_2$

$f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 1$ αντικαθιστώντας

$$0,1 + f_2 + 0,3 + 2f_2 = 1 \Leftrightarrow 0,4 + 3f_2 = 1 \Leftrightarrow 3f_2 = 1 - 0,4 \Leftrightarrow 3f_2 = 0,6 \Leftrightarrow f_2 = \frac{0,6}{3} \Leftrightarrow f_2 = 0,2$$

και $f_4 = 2 \cdot 0,2 = 0,4$

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^k x_i f_i = 4 \cdot 0,1 + 6 \cdot 0,2 + 8 \cdot 0,3 + 10 \cdot 0,4 = 0,4 + 1,2 + 2,4 + 4 = 8$$

$$s^2 = \frac{1}{n} \left\{ \sum_{i=1}^k x_i^2 v_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^k x_i v_i \right)^2}{n} \right\} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i^2 v_i}{n} - \frac{\left(\sum_{i=1}^k x_i v_i \right)^2}{n^2} = \sum_{i=1}^k x_i^2 f_i - \left(\sum_{i=1}^k x_i f_i \right)^2 =$$

$$4^2 \cdot 0,1 + 6^2 \cdot 0,2 + 8^2 \cdot 0,3 + 10^2 \cdot 0,4 - 8^2 = 16 \cdot 0,1 + 36 \cdot 0,2 + 64 \cdot 0,3 + 100 \cdot 0,4 - 8^2 =$$

$$1,6 + 7,2 + 19,2 + 40 - 64 = 68 - 64 = 4$$

$$\text{Άρα } s = \sqrt{s^2} = \sqrt{4} = 2$$