

2007 ΘΕΜΑ 4^ο ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Θεωρούμε δύο δείγματα A και B με παρατηρήσεις:

Δείγμα A: 12, 18, t_3 , t_4 , ..., t_{25}

Δείγμα B: 16, 14, t_3 , t_4 , ..., t_{25} .

Δίνεται ότι $t_3+t_4+ \dots +t_{25}=345$.

α. Να αποδείξετε ότι οι μέσες τιμές \bar{x}_A και \bar{x}_B των δύο δειγμάτων A και B αντίστοιχα είναι

$$\bar{x}_A = \bar{x}_B = 15. \quad \text{Μονάδες 7}$$

β. Αν s_A^2 είναι η διακύμανση του δείγματος A και s_B^2 είναι η διακύμανση του δείγματος B, να αποδείξετε

$$\text{ότι } s_A^2 - s_B^2 = \frac{16}{25} \quad \text{Μονάδες 8}$$

γ. Αν ο συντελεστής μεταβολής του δείγματος A είναι ίσος με $CV_A = \frac{1}{15}$, να βρείτε τον συντελεστή

μεταβολής CV_B του δείγματος B. **Μονάδες 10**

Λύση:

$$\alpha. \bar{x}_A = \frac{\sum_{i=1}^{25} t_i}{\nu} = \frac{12+18+t_3+t_4+\dots+t_{25}}{25} = \frac{30+345}{25} = \frac{375}{25} = 15$$

$$\bar{x}_B = \frac{\sum_{i=1}^{25} t_i}{\nu} = \frac{14+16+t_3+t_4+\dots+t_{25}}{25} = \frac{30+345}{25} = \frac{375}{25} = 15$$

$$\beta. s_A^2 = \frac{1}{\nu} \sum_{i=1}^{25} (t_i - \bar{x}_A)^2 = \frac{(12-15)^2 + (18-15)^2 + (t_3-15)^2 + \dots + (t_{25}-15)^2}{25}$$

$$s_B^2 = \frac{1}{\nu} \sum_{i=1}^{25} (t_i - \bar{x}_B)^2 = \frac{(14-15)^2 + (16-15)^2 + (t_3-15)^2 + \dots + (t_{25}-15)^2}{25}$$

$$\begin{aligned} s_A^2 - s_B^2 &= \frac{(12-15)^2 + (18-15)^2 + (t_3-15)^2 + \dots + (t_{25}-15)^2}{25} - \frac{(14-15)^2 + (16-15)^2 + (t_3-15)^2 + \dots + (t_{25}-15)^2}{25} \\ &= \frac{(12-15)^2 + (18-15)^2 - (14-15)^2 - (16-15)^2}{25} = \frac{(-3)^2 + 3^2 - (-1)^2 - 1^2}{25} = \frac{9+9-1-1}{25} = \frac{16}{25} \end{aligned}$$

$$\gamma. CV_A = \frac{1}{15} \Leftrightarrow \frac{s_A}{\bar{x}_A} = \frac{1}{15} \Leftrightarrow \frac{s_A}{15} = \frac{1}{15} \Leftrightarrow s_A = 1$$

Αρα αντικαθιστώντας στην $s_A^2 - s_B^2 = \frac{16}{25}$ έχουμε:

$$1 - s_B^2 = \frac{16}{25} \Leftrightarrow s_B^2 = 1 - \frac{16}{25} \Leftrightarrow s_B^2 = \frac{25}{25} - \frac{16}{25} \Leftrightarrow s_B^2 = \frac{9}{25} \Leftrightarrow s_B = \sqrt{\frac{9}{25}} \Leftrightarrow s_B = \frac{3}{5}$$

$$CV_B = \frac{s_B}{\bar{x}_B} = \frac{\frac{3}{5}}{15} = \frac{3}{15 \cdot 5} = \frac{1}{5 \cdot 5} = \frac{1}{25}$$