

**2008 ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΘΕΜΑ 2°**

Η μέση βαθμολογία των μαθητών μιας τάξης σε ένα τεστ είναι 70. Χωρίζουμε τη βαθμολογία σε τέσσερις κλάσεις ίσου πλάτους, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις [ - )	Κεντρικές τιμές $x_i$	Συχνότητα $v_i$	Σχετική συχνότητα $f_i$
20 - 40			
40 - 60			
60 - 80			
80 - 100			
Σύνολα			

Δίνεται επιπλέον ότι το ποσοστό των μαθητών που έχουν βαθμό από 20 έως 40 είναι ίσο με το ποσοστό των μαθητών που έχουν βαθμό από 40 έως 60, ενώ στο κυκλικό διάγραμμα των δεδομένων, η γωνία του κυκλικού τομέα για την επίδοση από 80 έως 100 είναι  $108^\circ$ .

**α.** Να δείξετε ότι  $f_1 = f_2 = \frac{1}{10}$ ,  $f_3 = \frac{5}{10}$ ,  $f_4 = \frac{3}{10}$

**Μονάδες 10**

**β.** Αν ο αριθμός των μαθητών της τάξης είναι 50, τότε:

**i.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα συχνοτήτων και να συμπληρώσετε όλα τα στοιχεία του.

**Μονάδες 5**

**ii.** Να βρείτε το πλήθος των μαθητών που έχουν βαθμολογία τουλάχιστον 60. **Μονάδες 5**

**iii.** Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που έχουν βαθμολογία από 50 έως 70. **Μονάδες 5**

**Λύση:**

$$\alpha) \alpha_4 = 108^\circ \Leftrightarrow \frac{v_4}{v} \cdot 360^\circ = 108^\circ \Leftrightarrow f_4 \cdot 360^\circ = 108^\circ \Leftrightarrow f_4 = \frac{108^\circ}{360^\circ} = \frac{108^\circ : 36}{360^\circ : 36} = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 1 \Leftrightarrow 2f_1 + f_3 + \frac{3}{10} = 1 \Leftrightarrow 2f_1 + f_3 = 0,7 \Leftrightarrow f_3 = 0,7 - 2f_1$$

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^4 x_i f_i \Leftrightarrow 70 = 30f_1 + 50f_2 + 70f_3 + 90f_4 \Leftrightarrow 7 = 3f_1 + 5f_2 + 7f_3 + 9 \cdot \frac{3}{10} \Leftrightarrow 7 = 8f_1 + 7f_3 + 2,7 \Leftrightarrow$$

$$8f_1 + 7f_3 = 7 - 2,7 \Leftrightarrow 8f_1 + 7f_3 = 4,3 \Leftrightarrow 8f_1 + 7(0,7 - 2f_1) = 4,3 \Leftrightarrow 8f_1 + 4,9 - 14f_1 = 4,3$$

$$\Leftrightarrow -6f_1 = 4,3 - 4,9 \Leftrightarrow -6f_1 = -0,6 \Leftrightarrow 6f_1 = 0,6 \Leftrightarrow f_1 = \frac{0,6}{6} = 0,1 = \frac{1}{10}$$

Αρα τελικά  $f_1 = f_2 = \frac{1}{10}$ ,  $f_3 = \frac{5}{10}$ ,  $f_4 = \frac{3}{10}$

**β)** Γνωρίζουμε ότι  $f_i = \frac{v_i}{v} \Leftrightarrow v_i = f_i \cdot v$

$$v_1 = v f_1 \Leftrightarrow v_1 = 50 \cdot 0,1 = 5$$

Αφού  $f_1 = f_2$  και  $v_1 = 5$  θα είναι και  $v_2 = 5$ .

$$v_3 = v f_3 \Leftrightarrow v_3 = 50 \cdot 0,5 = 25$$

$$v_4 = v f_4 \Leftrightarrow v_4 = 50 \cdot 0,3 = 15$$

Κλάσεις	Κεντρικές τιμές $x_i$	συχνότητα $v_i$	Σχετική συχνότητα $f_i$	Σχετική συχνότητα $f_i\%$
[20 , 40)	30	5	0,1	10
[40 , 60)	50	5	0,1	10
[60 , 80)	70	25	0,5	50
[80 , 100)	90	15	0,3	30
<b>Σύνολο</b>		<b>50</b>	<b>1</b>	<b>100</b>

**ii)**  $25+15=40$

**iii)** Θεωρώντας ότι οι βαθμολογίες των μαθητών είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες σε κάθε κλάση, αφού στο διάστημα [40 , 60) βρίσκεται η βαθμολογία του 10% των μαθητών, στο [50 , 60) θα βρίσκεται το 5% των μαθητών και αφού στο διάστημα [60 , 80) βρίσκεται η βαθμολογία του 50% των μαθητών, στο διάστημα [60 , 70) θα βρίσκεται το 25% των μαθητών.

Αρα στο διάστημα [50 , 70) βρίσκεται η βαθμολογία του  $5\%+25\%=30\%$  των μαθητών.