

2008 ΘΕΜΑ 3ο ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Για δύο τύπους μπαταριών A και B επιλέχθηκαν δύο δείγματα μεγέθους 5 το καθένα. Οι χρόνοι ζωής των μπαταριών για το κάθε δείγμα (σε χιλιάδες ώρες) δίνονται στον επόμενο πίνακα:

A	B
20	26
26	32
24	19
22	20
18	23

α. Να βρείτε τη μέση διάρκεια ζωής μιας μπαταρίας τύπου A και μιας μπαταρίας τύπου B. **Μονάδες 5**

β. Αν μια μπαταρία τύπου A στοιχίζει 38 ευρώ και μια μπαταρία τύπου B στοιχίζει 40 ευρώ, ποιον τύπο μπαταρίας συμφέρει να αγοράσετε; (Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας). **Μονάδες 5**

γ. Να βρείτε τις τυπικές αποκλίσεις S_A και S_B της διάρκειας ζωής των δύο τύπων μπαταριών.

Μονάδες 7

δ. Να βρείτε ποιος από τους δύο τύπους μπαταριών A και B παρουσιάζει τη μεγαλύτερη ομοιογένεια ως προς τη διάρκεια ζωής του.

Δίνεται ότι $\sqrt{11} \cong 3,311$.

Μονάδες 8

Λύση

$$\alpha. \bar{x}_A = \frac{\sum_{i=1}^5 t_i}{\nu} = \frac{20+26+24+22+18}{5} = \frac{20+50+40}{5} = \frac{110}{5} = 22 \text{ χιλ.ώρες}$$

$$\bar{x}_B = \frac{\sum_{i=1}^5 t_i}{\nu} = \frac{26+32+19+20+23}{5} = \frac{58+39+23}{5} = \frac{120}{5} = 24 \text{ χιλ.ώρες}$$

β. Η τιμή ανά μέση ώρα λειτουργίας για τον Α τύπο είναι:

$$\frac{38}{22} = \frac{19}{11} \approx 1,72$$

Η τιμή ανά μέση ώρα λειτουργίας για τον Β τύπο είναι:

$$\frac{40}{24} = \frac{5}{3} \approx 1,38$$

Αρα συμφέρει η αγορά της μπαταρίας Β.

$$\gamma. \bullet s_A^2 = \frac{1}{\nu} \sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{5} \left[(20-22)^2 + (26-22)^2 + (24-22)^2 + (22-22)^2 + (18-22)^2 \right]$$

$$\frac{1}{5} \left[(-2)^2 + 4^2 + 2^2 + 0^2 + (-4)^2 \right] = \frac{1}{5} [4+16+4+0+16] = \frac{40}{5} = 8$$

$$s_A = \sqrt{s_A^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \text{ χιλιάδες ώρες}$$

$$\bullet s_B^2 = \frac{1}{\nu} \sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{5} \left[(26-24)^2 + (32-24)^2 + (19-24)^2 + (20-24)^2 + (23-24)^2 \right]$$

$$\frac{1}{5} \left[2^2 + 8^2 + (-5)^2 + (-4)^2 + (-1)^2 \right] = \frac{1}{5} [4+64+25+16+1] = \frac{110}{5} = 22$$

$$s_B = \sqrt{s_B^2} = \sqrt{22} = \sqrt{11}\sqrt{2} \approx 3,311\sqrt{2} \text{ χιλιάδες ώρες}$$

Προφανώς $s_B \approx 3,311\sqrt{2} \geq 2\sqrt{2} = s_A$

$$\delta. CV_A = \frac{s_A}{\bar{x}_A} = \frac{2\sqrt{2}}{22} = \frac{\sqrt{2}}{11}$$

$$CV_B = \frac{s_B}{\bar{x}_B} = \frac{3,311\sqrt{2}}{24}$$

$$CV_A < CV_B \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{11} < \frac{3,311\sqrt{2}}{24} \Leftrightarrow \frac{1}{11} < \frac{3,311}{24} \Leftrightarrow 24 < 36,421 \text{ που ισχύει άρα και η ισοδύναμη αρχική.}$$

Αφού $CV_A < CV_B$ οι μπαταρίες τύπου Α παρουσιάζουν μεγαλύτερη ομοιογένεια ως προς τον χρόνο ζωής τους.

Σημείωση: Ένας άλλος τρόπος να συγκρίνουμε τους συντελεστές μεταβολής (ή μεταβλητότητας) είναι:

$$\frac{1}{11} = \frac{3}{33} < \frac{3}{24} < \frac{3,311}{24} \text{ δηλαδή } \frac{1}{11} < \frac{3,311}{24} \text{ οπότε } \frac{\sqrt{2}}{11} < \frac{3,311\sqrt{2}}{24} \Leftrightarrow CV_A < CV_B$$