

### 2009 ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Έστω  $x_1, x_2, x_3, x_4$  οι τιμές μιας μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος μεγέθους  $n=72$  με αντίστοιχες (απόλυτες) συχνότητες  $v_1, v_2, v_3, v_4$ , όπου  $v_4 = 3v_3$ . Δίνεται επίσης ότι τα τόξα του κυκλικού διαγράμματος συχνοτήτων που αντιστοιχούν στις τιμές  $x_1$  και  $x_2$  είναι αντίστοιχα  $50^\circ$  και  $30^\circ$ .

α. Να βρεθούν οι συχνότητες  $v_i, i=1,2,3,4$

Μονάδες 10

β. Να βρεθούν τα τόξα που αντιστοιχούν στις τιμές  $x_3$  και  $x_4$ .

Μονάδες 8

γ. Δίνεται ότι  $x_1 < -7, x_2 = -7, x_3 = 3$ , και  $x_4 > 3$ . Να δειχθεί ότι:

$$10R + 72\bar{x} = 52\delta$$

όπου  $R, \bar{x}, \delta$  είναι αντίστοιχα το εύρος, η μέση τιμή και η διάμεσος των παρατηρήσεων. Μονάδες 7

**Λύση:**

$$\alpha. \alpha_i = \frac{v_i}{n} 360^\circ \Leftrightarrow v_i = \frac{n \cdot \alpha_i}{360^\circ}$$

$$\text{Άρα } v_1 = \frac{72 \cdot 50^\circ}{360^\circ} = \frac{50}{5} = 10$$

$$v_2 = \frac{72 \cdot 30^\circ}{360^\circ} = \frac{30}{5} = 6$$

$v = v_1 + v_2 + v_3 + v_4$  και αντικαθιστώντας έχουμε:

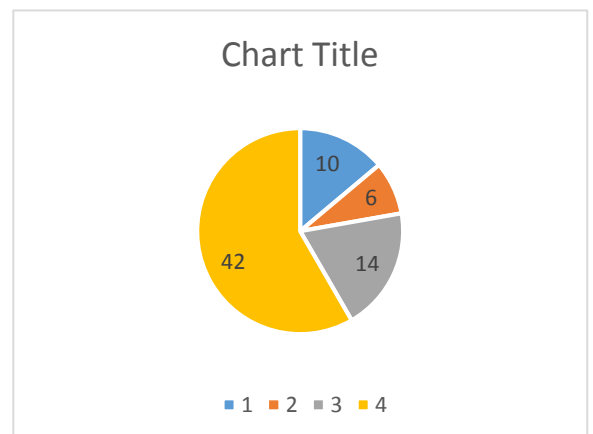
$$72 = 10 + 6 + v_3 + 3v_3 \Leftrightarrow 72 = 16 + 4v_3 \Leftrightarrow 16 + 4v_3 = 72 \Leftrightarrow 4v_3 = 72 - 16 \Leftrightarrow 4v_3 = 56 \Leftrightarrow v_3 = \frac{56}{4} = 14$$

οπότε  $v_4 = 3v_3 = 3 \cdot 14 = 42$

$$\beta. \alpha_3 = \frac{v_3}{n} 360^\circ = \frac{14}{72} 360^\circ = 14 \cdot 5^\circ = 70^\circ$$

$$\alpha_4 = \frac{v_4}{n} 360^\circ = \frac{42}{72} 360^\circ = 42 \cdot 5^\circ = 210^\circ$$

**Σημείωση:** Αν και δεν ζητείται στην άσκηση σχεδιάσα με το Excel το κυκλικό διαγράμματος (piechart.)



γ. Οι παρατηρήσεις τοποθετημένες κατά αύξουσα σειρά είναι:

$$x_1, x_2, x_3, x_4$$

Επειδή έχουμε άρτιο πλήθος παρατηρήσεων η διάμεσος είναι το ημιάθροισμα των δύο μεσαίων παρατηρήσεων. Επειδή  $n=72$  οι δύο μεσαίες παρατηρήσεις είναι η 36<sup>η</sup> και η 37<sup>η</sup>

$$\underbrace{x_1, x_1, \dots, x_1}_{10} \underbrace{x_2, x_2, \dots, x_2}_6 \underbrace{x_3, x_3, \dots, x_3}_{14} \underbrace{x_4, x_4, \dots, x_4}_{42}$$

Παρατηρώ ότι η 36<sup>η</sup> και η 37<sup>η</sup> παρατήρηση είναι η  $x_4$  οπότε:

$$\delta = \frac{t_{\frac{n}{2}} + t_{\frac{n}{2}+1}}{2} = \frac{t_{36} + t_{37}}{2} = \frac{x_4 + x_4}{2} = \frac{2x_4}{2} = x_4$$

$$\text{Είναι } \bar{x} = \frac{v_1 x_1 + v_2 x_2 + v_3 x_3 + v_4 x_4}{v} \Leftrightarrow v_1 x_1 + v_2 x_2 + v_3 x_3 + v_4 x_4 = v \bar{x}$$

Αντικαθιστώντας με τις αριθμητικές τιμές έχουμε:

$$10x_1 + 6 \cdot (-7) + 14 \cdot 3 + 42x_4 = 72\bar{x} \Leftrightarrow 10x_1 - 42 + 42 + 42x_4 = 72\bar{x} \Leftrightarrow 10x_1 + 42x_4 = 72\bar{x}$$

$$\Leftrightarrow 10x_1 + 42x_4 = 72\bar{x}$$

$$\text{Αρα } 10R + 72\bar{x} = 10(x_4 - x_1) + 10x_1 + 42x_4 = 10x_4 - 10x_1 + 10x_1 + 42x_4 = 52x_4 = 52\delta$$