## 2009 ΘΕΜΑ 2ο ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\alpha x^3-8$, όπου α ένας πραγματικός αριθμός.

**α.** Αν $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=-7$ να βρεθεί η τιμή του α. **Μονάδες 5**

**β.** Έστω α=1

**i.** Να βρεθεί το όριο $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}$ **Μονάδες 10**

**ii.** Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο με τετμημένη $x_0=2$

**Μονάδες 10**

**Λύση:**

**α.** $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=-7 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 1}\left(\alpha x^3-8\right)=-7 \Leftrightarrow \alpha\cdot 1^3-8=-7 \Leftrightarrow \alpha=8-7 \Leftrightarrow \alpha=1$

**β. i.** Αφού α=1 $f(x)=1\cdot x^3-8=x^3-2^3=(x-2)\left(x^2+2x+2^2\right)=(x-2)\left(x^2+2x+4\right)$

Αρα $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^2+2x+4\right)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\left(x^2+2x+4\right)=2^2+2\cdot 2+4=4+4+4=12$

**ii)** $f(2)=2^3-8=8-8=0$. Αρα το σημείο επαφής έχει συντεταγμένες (2, 0).

Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης είναι ίσος με $\lambda = f'(2)$.

Ομως $f'(x)=\left(x^3-8\right)'=3x^2$, οπότε $\lambda=f'(2)=3\cdot 2^2=3\cdot 4=12$

Αρα η εξίσωση της εφαπτομένης στο (2,0) είναι $y=12x+\beta$.Απομένει να υπολογίσουμε το β.

Οι συντεταγμένες του σημείου επαφής επαληθεύουν την εξίσωση της εφαπτομένης οπότε:

$0=12\cdot 2+\beta \Leftrightarrow \beta=-24$

Αρα τελικά η εξίσωση της εφαπτομένης είναι $y=12x-24$