

2009 ΘΕΜΑ 2^ο Στατιστική

Στον επόμενο πίνακα δίνονται οι τιμές x_i , $i=1,2,3,4$ μιας μεταβλητής X με αντίστοιχες συχνότητες v_i , $i=1,2,3,4$. Η συχνότητα v_2 που αντιστοιχεί στην τιμή $x_2=3$ είναι άγνωστη. Δίνεται ότι η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι ίση με $\bar{x} = 4$.

x_i	v_i
2	6
3	;
5	3
8	4

α. Να αποδείξετε ότι $v_2=7$. **Μονάδες 9**

β. Να αποδείξετε ότι η διακύμανση των παρατηρήσεων είναι ίση με 4,9. **Μονάδες 9**

γ. Να εξετάσετε αν το δείγμα των τιμών της μεταβλητής X είναι ομοιογενές.

Δίνεται ότι $\sqrt{4,9} = 2,29$

Μονάδες 7

Λύση:

$$\alpha) \bar{x} = 4 \Leftrightarrow \frac{\sum_{i=1}^4 x_i v_i}{v} = 4 \Leftrightarrow \frac{2 \cdot 6 + 3v_2 + 5 \cdot 3 + 8 \cdot 4}{v_1 + v_2 + v_3 + v_4} = 4 \Leftrightarrow \frac{12 + 3v_2 + 15 + 32}{6 + v_2 + 3 + 4} = 4 \Leftrightarrow \frac{59 + 3v_2}{13 + v_2} = 4 \Leftrightarrow$$

$$59 + 3v_2 = 4(13 + v_2) \Leftrightarrow 47 + 3v_2 = 52 + 4v_2 \Leftrightarrow 59 - 52 = 4v_2 - 3v_2 \Leftrightarrow v_2 = 7$$

β) Για ευκολία στους υπολογισμούς συμπληρώνω τον δοθέντα πίνακα με στήλες που θα βοηθήσουν στον υπολογισμό της διασποράς

x_i	v_i	$x_i \cdot v_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$v_i (x_i - \bar{x})^2$
2	6	12	-2	4	24
3	7	21	-1	1	7
5	3	15	1	1	3
8	4	32	4	16	64
	20				98

$$s^2 = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2 v_i = \frac{98}{20} = 4,9$$

$$\gamma) CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2,2}{4} = 0,55 > 0,1 \text{ άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.}$$