

2010 ΘΕΜΑ 2^ο ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ

Οι βαθμοί 60 μαθητών σε ένα διαγώνισμα Μαθηματικών κυμαίνονται από 10 έως 20 και έχουν ομαδοποιηθεί σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους. Αν:

- Η γωνία του κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί στην κλάση [14, 16) του κυκλικού διαγράμματος είναι 144° .
- Οι σχετικές συχνότητες των δύο πρώτων κλάσεων είναι ίσες.
- 48 μαθητές πήραν βαθμό έως 16 και
- 6 μαθητές πήραν βαθμό τουλάχιστον 18, τότε:

B1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα σωστά συμπληρωμένο.

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ [-)	ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΤΙΜΗ x_i	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ v_i	ΣΧΕΤΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ f_i	ΣΧΕΤΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ $f_i \%$
ΣΥΝΟΛΟ				

Μονάδες 10

B2. Να βρείτε τη μέση τιμή \bar{x} της βαθμολογίας των μαθητών. **Μονάδες 6**

B3. Να βρείτε πόσοι μαθητές πήραν βαθμολογία από 10 έως 14. **Μονάδες 4**

B4. Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που πήραν βαθμολογία τουλάχιστον 17. **Μονάδες 5**

Λύση:

$$\mathbf{B1.} \quad \alpha_3 = \frac{v_3}{v} 360^\circ \Leftrightarrow v_3 = \frac{v \cdot \alpha_3}{360^\circ} = \frac{60 \cdot 144^\circ}{360^\circ} = \frac{144}{6} = 24$$

$$f_1 = f_2 \Leftrightarrow \frac{v_1}{v} = \frac{v_2}{v} \Leftrightarrow v_1 = v_2$$

$$v_1 + v_2 + v_3 = 48$$

Αντικαθιστώντας $v_2 = v_1$ και $v_3 = 24$ έχουμε:

$$2v_1 + 24 = 48 \Leftrightarrow 2v_1 = 48 - 24 \Leftrightarrow 2v_1 = 24 \Leftrightarrow v_1 = \frac{24}{2} = 12$$

Άρα και $v_2 = v_1 = 12$

$v = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5$ και αντικαθιστώντας:

$$60 = 12 + 12 + 24 + v_4 + 6 \Leftrightarrow 60 = 54 + v_4 \Leftrightarrow v_4 = 60 - 54 = 6$$

$$f_1 = \frac{v_1}{v} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 0,2$$

$$f_2 = f_1 = 0,2$$

$$f_3 = \frac{v_3}{v} = \frac{24}{60} = \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4$$

$$f_4 = \frac{v_4}{v} = \frac{6}{60} = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$f_5 = \frac{v_5}{v} = \frac{v_4}{v} = f_4 = 0,1$$

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ [,)	ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΤΙΜΗ x_i	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ v_i	ΣΧΕΤΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ f_i	ΣΧΕΤΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΕΠΙ ΤΟΙΣ ΕΚΑΤΟ f_i
[10 , 12)	11	12	0,2	20
[12 , 14)	13	12	0,2	20
[14, 16)	15	24	0,4	40
[16, 18)	17	6	0,1	10
[18, 20)	19	6	0,1	10
Σύνολο		60	1	100

$$\mathbf{B2.} \bar{x} = \sum_{i=1}^v x_i f_i = 11 \cdot 0,2 + 13 \cdot 0,2 + 15 \cdot 0,4 + 17 \cdot 0,1 + 19 \cdot 0,1 = 14,4$$

B3. Βαθμολογία από 10 έως 14 πήραν $12+12=24$ μαθητές.

B4. Θεωρώντας ότι οι βαθμοί των μαθητών είναι ομοιόμορφα κατανεμημένοι σε κάθε κλάση, το ποσοστό των μαθητών που πήραν βαθμολογία $[17, 18)$ είναι 5% και το ποσοστό των μαθητών που πήραν βαθμολογία $[18, 20)$ είναι 10%, οπότε τελικά, το ποσοστό των μαθητών που πήραν βαθμολογία πάνω από 17 είναι $5\%+10\%=15\%$.